



**SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE  
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA**

**PROGRAMA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA VOLUNTÁRIA – PICVOL**

**ANÁLISE DA VIBRAÇÃO DE ESCADAS DE AÇO E PISOS FORMADOS POR  
ESTRUTURAS MISTAS DE  
AÇO E CONCRETO CONSIDERANDO A PRESENÇA DE EQUIPAMENTOS  
SENSÍVEIS E OCUPAÇÃO SENSÍVEL**

Área do conhecimento: Engenharia Civil

Subárea do conhecimento: Estruturas

Especialidade do conhecimento: Estruturas Metálicas

Relatório Final

Período: 01/08/2019 a 20/07/2020

PICVOL

Orientador: Higor Sérgio Dantas de Argolo

Autor: Thiago da Silva Costa Santos

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Escadas lineares passíveis de serem analisadas pelo método analítico ....	5
Figura 2 - Modelo de piso analisado .....	13
Figura 3 - Esquema ilustrativo de posições de equipamentos/ocupação e excitações no piso.....	19
Figura 4 - Limites genéricos para Velocidade (micro in/s) em função das frequências .....	21
Figura 5 - Modelo da escada do exemplo 1 .....	26
Figura 6 - Representação esquemática dos elementos finitos .....	27
Figura 7 - Modo de vibração para frequência fundamental .....	27
Figura 8 - Resposta FRF de escada .....	28
Figura 9 - Seção transversal equivalente .....	30
Figura 10 - Modelo do piso.....	32
Figura 11 - Boxplots dos erros absolutos e relativos da aceleração .....	40
Figura 12 - Erros relativos de aceleração vs Frequência fundamental.....	41
Figura 13 - Erros absolutos de aceleração vs Frequência fundamental.....	41
Figura 14 - Erros relativos para aceleração de pico vs Frequência fundamental do piso .....	47
Figura 15 - Erros absolutos para aceleração de pico vs Frequência fundamental do piso.....	47
Figura 16 - Erros relativos para aceleração máxima em espectro vs Frequência fundamental do piso .....	47
Figura 17 - Erros absolutos para aceleração máxima em espectro vs Frequência fundamental do piso .....	48
Figura 18 - Erros relativos para $V_{RMS}$ vs Frequência fundamental do piso.....	48
Figura 19 - Erros absolutos para $V_{RMS}$ vs Frequência fundamental do piso.....	48
Figura 20 - Boxplots de erros para a aceleração de pico .....	49
Figura 21 - Boxplots de erros para a aceleração máxima em espectro .....	50
Figura 22 - Boxplots de erros para $V_{RMS}$ .....	50
Figura 23 - Velocidade $V_{RMS}$ variando a posição do equipamento nos exemplos 3 e 6 .....	62
Figura 24 - Velocidade $V_{RMS}$ variando a posição do equipamento nos exemplos 3 e 6 .....	62
Figura 25 - Velocidade $V_{RMS}$ variando a posição do equipamento nos exemplos 15 e 18 .....	63
Figura 26 - Velocidade $V_{RMS}$ variando a posição do equipamento nos exemplos 21 e 24 .....	63
Figura 27 - Velocidade $V_{RMS}$ variando a posição do equipamento nos exemplos 27 e 30 .....	63
Figura 28 - Velocidade $V_{RMS}$ variando a posição do equipamento nos exemplos 33 e 36 .....	64

Figura 29 - Velocidade $V_{RMS}$ variando a posição do equipamento nos exemplos 39 e 42 .....	64
Figura 30 - Velocidade $V_{RMS}$ variando a posição do equipamento nos exemplos 45 e 48 .....	64
Figura 31 - Velocidade $V_{RMS}$ variando a posição do equipamento nos exemplos 51 e 54 .....	65
Figura 32 - Velocidade $V_{RMS}$ variando a posição do equipamento nos exemplos 57 e 60 .....	65

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dados de carregamento de uma escada real .....	6
Tabela 2 - Limites de tolerância e parâmetros para verificação da aceleração em escadas.....	9
Tabela 3 - Limites de tolerância genéricos em termos de velocidade (micro pol/s) ..	10
Tabela 4 - Ações permanentes e coeficientes de ponderação .....	11
Tabela 5 - Ações variáveis e coeficientes de ponderação .....	11
Tabela 6 - Parâmetros devido ao ritmo de caminhada.....	20
Tabela 7 - Seleção do harmônico para o ritmo muito devagar (1 a 1,5 Hz) .....	35
Tabela 8 - Seleção do harmônico para o ritmo devagar (1,5 a 1,7 Hz) .....	36
Tabela 9 - Seleção do harmônico para o ritmo moderado (1,7 a 2,0 Hz).....	36
Tabela 10 - Seleção do harmônico para o ritmo rápido (2 a 2,2 Hz) .....	37
Tabela 11 - Resultados de frequências fundamentais .....	38
Tabela 12 - Resultados de aceleração para escadas .....	39
Tabela 13 - Frequências fundamentais, para ambas metodologias, erros absolutos e relativos.....	43
Tabela 14 - Acelerações máximas, em espectro e de pico, e velocidade máxima em espectro pela análise manual.....	44
Tabela 15 - Acelerações máximas, em espectro e de pico, e velocidade máxima em espectro, pelo Ansys .....	45
Tabela 16 - Porcentagem dos exemplos em que a norma foi mais conservadora ....	46
Tabela 17 - Dados de entrada para análise de escadas .....	57
Tabela 18 - Dados de entrada para análise de pisos .....	59

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>I</b>
<b>LISTA DE TABELAS .....</b>	<b>III</b>
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>2 OBJETIVOS .....</b>	<b>4</b>
<b>3 METODOLOGIA.....</b>	<b>5</b>
<b>3.1 Análise manual (ANSI/AISC 360-16).....</b>	<b>5</b>
3.1.1 Escadas metálicas .....	5
3.1.2 Pisos considerando a presença de equipamentos sensíveis e ocupação sensível .....	9
<b>3.2 Análise via elementos finitos através do ANSYS.....</b>	<b>24</b>
3.2.1 Escadas metálicas .....	25
3.2.2 Pisos considerando a presença de equipamentos sensíveis e ocupação sensíveis e ocupação sensível.....	29
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>38</b>
4.1 Escadas metálicas .....	38
4.2 Pisos considerando presença de equipamentos e ocupação sensível.....	42
<b>5 CONCLUSÕES .....</b>	<b>51</b>
5.1 Escadas metálicas .....	51
5.2 Pisos considerando presença de equipamentos sensíveis e ocupação sensível.....	51
<b>6 PERSPECTIVAS DE FUTUROS TRABALHOS .....</b>	<b>53</b>
<b>7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>54</b>
<b>8 OUTRAS ATIVIDADES .....</b>	<b>56</b>
<b>APÊNDICE A - DADOS DE ENTRADA DAS ESCADAS ANALISADAS .....</b>	<b>57</b>
<b>APÊNDICE B - DADOS DE ENTRADA PARA OS PISOS ANALISADOS .....</b>	<b>59</b>
<b>APÊNDICE C - Gráficos de superfícies de <math>V_{RMS}</math> pela metodologia da AISC...</b>	<b>62</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento da ciência dos materiais devido ao aumento no número de pesquisas na área possibilitou a obtenção de materiais mais resistentes, como o aço estrutural e o concreto de alto desempenho. Desta forma, em conjunto com as novas tendências arquitetônicas, foi possibilitada a execução de estruturas com maiores vãos livres e mais amplos, sem a presença de elementos de vedação vertical.

Além disso, a necessidade de atender prazos cada vez mais curtos em construções de edificações, especialmente as de fins comerciais e de interesse público, torna-se uma condição determinante na escolha do sistema estrutural. Nesse sentido, as estruturas de aço e as estruturas mistas de aço e concreto têm sido largamente empregadas, uma vez que são mais leves e apresentam maior velocidade de execução.

Apesar destas estruturas apresentarem bons resultados sob ações estáticas, a redução da seção transversal dos elementos estruturais e a falta de elementos de vedação vertical acarretam menores massas, rigidezes e amortecimento. Desta forma, as frequências naturais das estruturas também são reduzidas, tornando-as mais suscetíveis a vibrações excessivas decorrentes de cargas dinâmicas, especialmente as provocadas por ações humanas. Portanto, as análises dinâmicas têm se tornado um dos principais fatores limitantes de projeto (GONÇALVES, PAVIC e PIMENTEL, 2019).

Escadas esbeltas, em particular as formadas por estruturas metálicas, têm sido largamente empregadas em construções como aeroportos, hospitais e hotéis. Estas escadas apresentam grandes vãos e, portanto, vigas esbeltas, o que implica na redução das frequências naturais, deixando-as mais suscetíveis a vibrações causadas por atividades dinâmicas humanas, como a subida e/ou descida em diferentes ritmos, seja individualmente, seja em grupos. Segundo Bishop, Willfordb e Pumphrey (1995), a aceleração para grupos de pessoas descendo pode ser obtida de modo simplificado

ao multiplicar por três a aceleração calculada para um indivíduo descendo rapidamente.

Segundo Kim et al. (2008), escadas esbeltas formadas por estruturas de aço podem apresentar acelerações, na direção vertical, entre 5 e 14 vezes maiores do que em escadas construídas em concreto armado, para o caso que um indivíduo esteja subindo, e de 6 a 18 vezes, para um indivíduo que esteja descendo. No entanto, para as vibrações laterais, não há na literatura, até o presente momento, modelos matemáticos analíticos que verifiquem esse tipo de problema.

Um dos principais empecilhos para a análise em escadas é a estimativa do coeficiente de amortecimento destas. Entretanto, existem trabalhos técnicos que sugerem valores a serem adotados, de modo simplificado, os quais variam de acordo com o modelo de escada analisado. Para escadas sem componentes não estruturais, com degraus isolados uns dos outros e guarda-corpo sem potencial de interfaces de atrito o coeficiente de amortecimento pode ser adotado igual a 0,01 (DAVIS e MURRAY, 2009). Segundo Davis e Avci (2015), quando na escada há painéis de *drywall*, degraus e tirantes com fricção e guarda-corpo conectado às vigas é sugerida a adoção de 0,038 para o coeficiente de amortecimento.

Os pisos que possuem ocupações sensíveis, como por exemplo equipamentos industriais ou equipamentos médicos, apresentam limites de tolerância para vibração, sejam em termos de limites de picos, sejam de limites para espectros de frequência ou sejam de limites para bandas de um terço de oitava, para acelerações relativas e velocidade. Pisos com este mesmo tipo de ocupação também podem apresentar limites de aceitação genéricos para as verificações de vibração excessiva, caso os limites de velocidade ou aceleração para o equipamento analisado não sejam disponibilizados pelo fabricante.

Com o intuito de evitar problemas durante o uso, é indicado que pisos que suportem equipamentos sensíveis, principalmente se possuem componentes microeletrônicos, sejam classificados como pisos de altas frequências naturais, ou seja, frequências superiores a 10 Hz (BROWNJOHN e MIDDLETON, 2008). Segundo

Avci et al. (2019), equipamentos sensíveis, como os de imagem por ressonância magnética, podem ter a qualidade de seus diagnósticos comprometida, devido às vibrações em seus suportes ou em regiões próximas a estes equipamentos. Além disso, a troca dessas máquinas em específico, por mais novas com materiais mais leves, pode mudar a resposta vibratória dos pisos, sendo necessário novas verificações.

Para a análise de vibração devido às atividades humanas em pisos de alta frequência natural existem variados modelos propostos na literatura. Segundo Pavic et al. (2003), esses modelos em geral são: (1) análise harmônica, o qual assume que a ressonância no piso é causada por um múltiplo da frequência de caminhada; (2) análise transiente no domínio do tempo, com base na aplicação de um ou mais impulsos representados por impactos de pisadas, considerado o mais adequado na atualidade; (3) análise no domínio da frequência, onde a força é descrita por seu espectro de frequências.

Para a análise de vibração nos exemplos analisados, utilizou-se como referência a metodologia proposta no *Steel Design Guide 11*, da ANSI/AISC 360-16, apresentado por Murray et al. (2016).



## **2 OBJETIVOS**

O presente trabalho objetivou analisar escadas de aço e pisos de edifícios formados por estruturas mistas de aço e concreto, quanto à presença de cargas dinâmicas oriundas das atividades humanas de caminhada. Este estudo foi realizado com a aplicação do método proposto pelo ANSI/AISC 360-16 o qual foi comparado aos resultados obtidos via método dos elementos finitos, considerados de referência, a fim de verificar qualitativamente o nível de confiança dos resultados da supracitada norma.

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 Análise manual (ANSI/AISC 360-16)

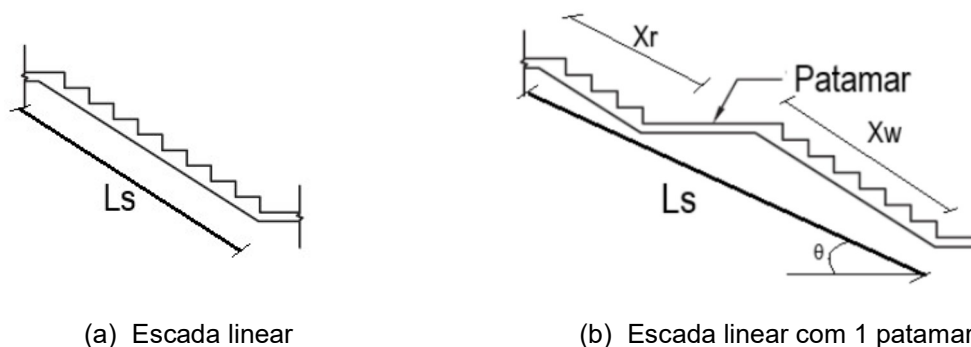
##### 3.1.1 Escadas metálicas

A análise dinâmica de escadas, proposta no *Steel Design Guide 11* e apresentadas por Murray et al. (2016), sugere três verificações:

- A frequência natural vertical deve ser maior que 5 Hz;
- A frequência natural lateral deve ser maior que 2,5 Hz;
- A aceleração vertical de pico, devido a descidas de indivíduos ou de grupos, seja menor que o limite máximo de aceitação para pessoas paradas em escadas.

As escadas passíveis de serem analisadas pelo modelo analítico são do tipo linear e podem ter ou não patamares, como mostrado na Figura 1.

Figura 1 - Escadas lineares passíveis de serem analisadas pelo método analítico



Fonte: Adaptado de Murray et al. (2016)

Onde:

$L_s$  é o vão da escada medido na diagonal entre apoios, em metros;

$x_w$  é a distância do início da escada até a pessoa que caminha na escada, medida na diagonal, em metros;

$x_r$  é a distância do fim da escada até a localização em que a vibração é analisada, ou seja, onde está o observador, medida na diagonal, em metros;

$\theta$  é a inclinação da escada em relação ao plano horizontal, medida a partir do eixo que liga os apoios.

### 3.1.1.1 Verificação das frequências naturais vertical e lateral

O cálculo da frequência natural vertical é realizado através da equação (1).

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left( \frac{g E_s I_x}{W_s L_s^3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

Onde:

$g$  é a aceleração da gravidade, adotada igual a 9,81m/s<sup>2</sup>;

$E_s$  é o módulo de elasticidade do aço, em Pascal;

$I_x$  é o momento de inércia em relação ao eixo de maior momento de inércia perfil utilizado na escada, em m<sup>4</sup>;

$W_s$  é o peso da escada, em kg;

$f_n$  é a frequência natural, em Hz.

O peso da escada foi determinado com base nos resultados obtidos por Davis e Avci (2015), ao analisar a porcentagem que o peso dos perfis de aço representava em relação ao peso total da escada. Esta razão foi igual a 33,4%, como mostrado na Tabela 1, e adotada no presente trabalho para determinar o carregamento total aplicado nas escadas.

Tabela 1 - Dados de carregamento de uma escada real

Perfil	P linear (N/m)	P linear total (N/m)	P linear perfil/P linear perfil (%)
HSS 20 x 8 x 3/8	2784,0	8340,0	33,4

Fonte: Adaptado de Davis e Avci (2015)

A frequência natural lateral é dada pela equação (2).

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left( \frac{gE_s I_y}{W_s L_s^3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

Onde:

$I_y$  é o momento de inércia em relação ao eixo de menor momento de inércia do perfil utilizado na escada, em  $m^4$ .

### 3.1.1.2 Verificação da aceleração de pico

A verificação quanto a vibração máxima em escadas é aprovada se, para uma pessoa descendo-a, a aceleração relativa, determinada pela equação (3), não excede os limites de tolerância, dispostos na Tabela 2, que dependem da velocidade de descida do usuário.

$$\frac{a_p}{g} = 0,62 e^{-\gamma f_n} \frac{RQ \cos^2 \theta}{\beta W_s} \varphi_W \varphi_R (1 - e^{-100\beta}) \quad (3)$$

Onde:

$\frac{a_p}{g}$  é a razão entre a aceleração de pico e a aceleração gravitacional;

$Q$  é o peso médio da pessoa, adotado igual a 76,2 kg;

$R$  é o fator de calibração;

$W_s$  é o peso da escada em kg;

$\beta$  é o coeficiente de amortecimento;

$\varphi_W$  é a normalização da forma de onda devido à pessoa que caminha;

$\varphi_R$  é a normalização da forma de onda na posição analisada;

$\gamma$  é o parâmetro de carregamento devido ao caminhar.

Com relação ao coeficiente de amortecimento da escada, este deve ser estimado por meio de conhecimento prático do engenheiro ou utilizar os critérios sugeridos no *Steel Design Guide* 11. Murray et al. (2016) indica, para o caso de degraus com potencial interface de atrito, adotar o coeficiente de amortecimento entre 0,3 e 0,4, ou de acordo com critérios do projetista.

A forma de onda para o modo de vibração fundamental é admitida como senoidal ao longo do comprimento da viga, devendo-se levar consideração se a pessoa que caminha e/ou o ocupante podem não estar no ponto que sofre maior influência da vibração. Portanto, a amplitude da forma de onda normalizada, para a localização da pessoa que caminha e para a localização do observador, são definidas pelas equações (4) e (5), respectivamente.

$$\varphi_W = \sin\left(\frac{\pi x_W}{L_s}\right) \quad (4)$$

$$\varphi_R = \sin\left(\frac{\pi x_R}{L_s}\right) \quad (5)$$

A localização da pessoa que caminha dependerá do critério adotado pelo engenheiro calculista. A duração dos batimentos (vibrações próximas das frequências de ressonância) é muito variável, cuja duração varia entre 5 e 10 passos (Murray et al. 2016). Além disso, o *Steel Design Guide 11* recomenda que o caminhante atinge essa duração no meio do vão,  $\varphi_W = 1$ . No entanto, caso exista um patamar no meio do vão é impossível atingir essa duração exatamente nesta posição, sendo indicado por Murray et al. (2016) adotar uma série com 8 passos de duração, e selecionar o ponto mais próximo mais próximo a região central. O mesmo guia indica que é possível adotar, de maneira conservadora,  $\varphi_W = \varphi_R = 1$ .

O fator de calibração R e o parâmetro  $\gamma$  são apresentados na Tabela 2. Vale ressaltar que a vibração lateral não é analisada, devendo apenas ser respeitada a frequência natural lateral mínima.

Tabela 2 - Limites de tolerância e parâmetros para verificação da aceleração em escadas

Frequência de passos (Hz)	Limite de tolerância para aceleração (%g)	Fator de Calibração, R	Parâmetro de carregamento devido ao caminhar, $\gamma$	Observações
$\leq 2,5$	1,7	0,7	0,29	Descida em ritmo normal
2,5 - 4,0	3	0,5 se $f_n < 8$ Hz 0,7 se $f_n < 8$ Hz	0,19	Descida rápida de indivíduos - vibração não perceptível
2,5 - 4,0	3	0,5 se $f_n < 8$ Hz 0,7 se $f_n < 8$ Hz	0,19	Descida rápida de indivíduos - vibração perceptível; descida rápida de grupos

Fonte: Adaptado de Murray et al. (2016)

Com base na Tabela 2, é possível realizar três diferentes verificações:

- Um indivíduo descendo a escada em velocidade normal, com frequência de passos menor ou igual a 2,5 Hz;
- Um indivíduo descendo rapidamente, com frequência de passos entre 2,5 Hz e 4 Hz;
- Grupos de indivíduos descendo rapidamente, com frequência de passos entre 2,5 Hz e 4 Hz.

Caso o limite de tolerância para a situação de um indivíduo descendo normalmente ou rapidamente não seja atendido, é necessário alterar as propriedades da escada. Para o caso do limite para a descida em grupos não ser satisfeito é possível manter as propriedades da escada, com a ressalva que esta não é adequada a ter pessoas paradas enquanto houver descida em grupos (MURRAY et al., 2016).

Os dados de entrada para as escadas analisadas, através método proposto pela norma encontram-se na Tabela 17, no apêndice A.

### 3.1.2 Pisos considerando a presença de equipamentos sensíveis e ocupação sensível

A verificação recomendada pela ANSI/AISC 360-16 analisa limites de tolerância fornecidos pelo fabricante de cada equipamento, em termos de velocidade, de

aceleração de pico (zero a pico) ou de pico a pico (2 vezes maior que a aceleração de pico), de espectro de velocidade ou de aceleração e de espectro de um terço de oitava de velocidade ou de aceleração.

No entanto, caso não haja dados para os limites dos equipamentos ou para a ocupação sensível a ser analisada, é possível considerar limites genéricos, que variam com a finalidade da ocupação do piso ou do equipamento, os quais são fornecidos por Murray et al. (2016) e apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 - Limites de tolerância genéricos em termos de velocidade (micro pol/s)

Designação	Limites de tolerância ( $\mu$ in/s)	Aplicação
–	32000	Oficinas genéricas
–	16000	Escritórios
–	8000	Equipamentos de computador Residências
–	6000	Quartos de hospital
–	4000	Instalações cirúrgicas, robôs em laboratórios Microscópios de bancada com aumento até 100x, quartos de operação
VC-A	2000	Balança micro analítica, comparadores ópticos, espectrômetro de massa Laboratórios industriais de metrologia, Espectrofotômetros Microscópios de bancada com aumento até 400x
VC-B	1000	Microcirurgias com cortes da ordem de 5 a 10 $\mu$ m Equipamentos ópticos em mesas isoladas Microscópios de bancada com aumento maior que 400x
VC-C	500	Balanças de alta precisão, equipamento de ressonância magnética Microcirurgias com cortes de ordem menor que 5 $\mu$ m Microscópios de elétron com aumento até 30000x
VC-D	250	Manipulações da ordem de micrômetros Espectrômetros de alta resolução Microscópios de elétron com aumento maior que 30000x
VC-E	125	sistemas de pesquisa óptica não isolados, sistemas extramamente sensíveis

Fonte: Adaptado Murray et al. (2016)

### 3.1.2.1 Combinação Frequente de Serviço para os pisos

Baseado na NBR 6120:2019 foram consideradas as ocupações como do tipo: laboratórios, edificações industriais e hospitais com laboratório, que apresentam o carregamento de 3 kN/m<sup>2</sup>. A laje utilizada foi do tipo *steel/ deck*, cujas propriedades foram obtidas no catálogo da empresa Metform. O modelo de fôrma utilizada foi a MF-50, com altura da nervura igual a 50 mm e espessura da fôrma de 1,25 mm e altura

da laje maciça adotada foi igual a 80 mm. As ações permanentes e variáveis consideradas e seus coeficientes de ponderação constam, respectivamente, na Tabela 4 e na Tabela 5.

Tabela 4 - Ações permanentes e coeficientes de ponderação

Carregamento	Peso (kN/m²)	Y <sub>g</sub>
Peso Próprio da Steel Deck	2,6	1,4
Peso próprio da fôrma	0,1	1,25
Peso Próprio do Revestimento	0,7	1,5
Peso Próprio das Divisórias	1,0	1,5
Peso Próprio do Forro	0,3	1,5

Tabela 5 - Ações variáveis e coeficientes de ponderação

Carregamento	Peso (kN/m²)	Y <sub>q</sub>	Ψ <sub>0</sub>	Ψ <sub>1</sub>	Ψ <sub>2</sub>
Hospital c/ laboratório	3	1,5	0,7	0,6	0,4
Sobrecarga	1	1,5	0,7	0,6	0,4

Desse modo, a combinação frequente de serviço é calculada segundo a NBR 8681:2004, cuja fórmula é dada pela equação (6).

$$q_d = \sum_{i=1}^n (F_{G,i}) + \Psi_1 F_{Q1} + \sum_{j=2}^m \Psi_2 F_{Q,j} \quad (6)$$

Onde:

Ψ<sub>1</sub> e Ψ<sub>2</sub> são coeficientes de redução das ações variáveis;

F<sub>G,i</sub> são as ações permanentes;

F<sub>Q,j</sub> são as ações variáveis.

A partir das Tabelas 4, 5 e da equação (6), o valor máximo de carregamento para o estado limite de serviço foi de 6,90 kN/m², sendo adotado esse valor para a análise dos pisos sujeitos a ocupações sensíveis.



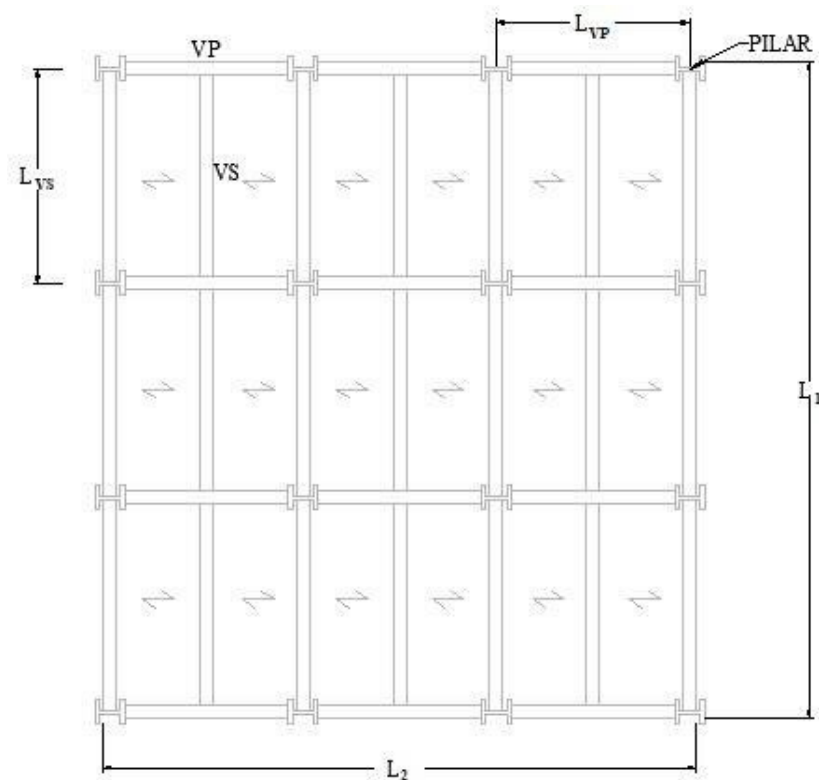
### **3.1.2.2 Análise de vibração devido ao caminhar em pisos**

A metodologia americana analisa uma ampla variedade de casos relacionados aos impactos das atividades humanas em pisos de edifício. Em específico, para o caso de ocupações sensíveis, esta metodologia analisa apenas o impacto devido as atividades de caminhar. Essas verificações contemplam o uso de diversos tipos de lajes, a posição da laje em relação a todo piso e considerações a respeito de vinculações dos elementos estruturais. Além do mais, é necessário que o piso seja regular.

Para os exemplos resolvidos na presente pesquisa foi escolhida uma laje do tipo *steel deck*, pois, segundo Guimarães (2016), apresentam vantagens com relação a rapidez de execução, a dispensa de escoramentos na fase construtiva e apresentar um bom acabamento estético.

Considera-se que as vigas apoiadas diretamente aos pilares são denominadas de vigas principais (VP) e as vigas que estão vinculadas a estas, como vigas secundárias (VS). Para os métodos analíticos sugeridos pela norma americana, admite-se a generalização das lajes do piso como semelhantes. No entanto, é possível analisar a laje de acordo com sua disposição no pavimento, sendo possíveis 3 posições: laje no meio do piso; laje com a viga secundária na borda; e laje com a viga principal na borda. A Figura 2, representa um modelo de piso passível de ser avaliado.

Figura 2 - Modelo de piso analisado



Onde:

$L_{VP}$  é o comprimento da viga principal;

$L_{VS}$  é o comprimento da viga secundária;

$L_1$  é o comprimento do piso;

$L_2$  é a largura do piso.

Uma vez que o piso é formado por vigas mistas, compostas pela união de vigas de aço com a laje de concreto, é necessário, para efeitos de cálculos, homogeneizar a seção mista resistente, transformando-a, em uma seção com apenas de um material, neste caso adotado o aço. Desse modo, determina-se um coeficiente de homogeneização ( $n$ ), conforme equação (7), utilizando a equação (8) para concretos com resistência a compressão entre 20 MPa e 50 MPa ou a equação (9) para concretos com resistência a compressão entre 55 MPa e 90 MPa, a fim de determinar

o módulo de elasticidade dinâmico do concreto, que é majorado em 35% com relação ao módulo de elasticidade secante, conforme sugerido por Murray et al. (2016).

$$n = \frac{E_a}{E_c} \quad (7)$$

$$E_c = 1,35 \alpha_i \alpha_E 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (8)$$

$$E_c = 1,35 \left[ \alpha_i 21,5 \times 10^3 \alpha_E \left( \frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \right] \quad (9)$$

Onde:

$E_a$  é o módulo de elasticidade longitudinal do aço, admitido igual a 200 GPa;

$E_c$  é o módulo de elasticidade longitudinal dinâmico do concreto;

$f_{ck}$  é a resistência característica do concreto à compressão;

$\alpha_E$  é um coeficiente que depende do tipo de agregado;

$\alpha_i$  é um coeficiente que depende do  $f_{ck}$  para transformar o módulo de elasticidade tangente em secante.

### 3.1.2.2.1 Determinação da frequência natural da viga secundárias

O procedimento de cálculo para determinar a frequência natural é iniciado com a obtenção das propriedades da seção mista. Para a determinação do centroide da viga mista, são admitidas as seguintes hipóteses:

- A largura de concreto homogeneizado é calculada pela equação (10);

$$L = \text{menor} \left( 0,4 \frac{L_{vs}}{n}; \frac{S}{n} \right) \quad (10)$$

Onde:

S é o espaçamento entre vigas secundárias.

- A altura da nervura da fôrma *steel/ deck* será desconsiderada nos cálculos.

A partir da posição do centroide, calcula-se o momento de inércia resistente da seção para a viga secundária, utilizando o Teorema dos Eixos Paralelos.

O carregamento atuante na viga secundária ( $w_{vs}$ ) pode ser calculado pela equação (11).

$$w_{vs} = S(q_d) + w' \quad (11)$$

Em que:

$q_d$  é a carga atuante na laje, obtido pelas combinações de ações, em kN/m<sup>2</sup>;

$w'$  é o peso linear do perfil de aço, em kN/m.

As vigas secundárias são consideradas como bi-apoiadas, desta forma a flecha pode ser ( $\delta_{vs}$ ) através da equação (12):

$$\delta_{vs} = \frac{5w_{vs}L_{vs}}{384E_a I_{vs}} \quad (12)$$

sendo:

$I_{vs}$  é o momento de inércia resistente da seção para a viga secundária;

$L_{vs}$  é o comprimento da viga secundária.

A frequência natural da viga secundária, em Hz, é determinada através da equação (13).

$$f_{vs} = 0,18 \sqrt{\frac{g}{\delta_{vs}}} \quad (13)$$

Também são calculados dois coeficientes  $D_s$ , equação (14), e  $D_j$ , equação (15), a fim de determinar o comprimento efetivo da viga secundária  $B_j$ , de acordo com a equação (16), sendo necessário respeitar seu limite máximo.

$$D_s = \frac{e_m}{12} \quad (14)$$

$$D_j = \frac{I_{vs}}{S} \quad (15)$$

$$B_j = C_j L_{vs} \left( \frac{D_s}{D_j} \right)^{0,25} \leq \left( \frac{2}{3} \right) N L_{vp} \quad (16)$$

Onde:

$e_m$  é a espessura maciça da laje maciça mais metade da altura da nervura;

$C_j$  é uma constante igual a 2,0 para lajes de interior e a 1,0 para lajes de borda;

$N$  é o número de lajes na direção perpendicular a viga analisada, igual a três para os exemplos elaborados.

Em seguida, calcula-se a carga efetiva do painel referente a viga secundária ( $W_j$ ), através da equação (17), para o caso em que as vigas secundárias se conectam as vigas principais na alma do perfil.

$$W_j = 1,5 \frac{w_{VS}}{S} B_j L_{VS} \quad (17)$$

#### 3.1.2.2.2 Determinação da frequência natural da viga principal

De modo análogo ao procedimento realizado para viga secundária, deve-se homogeneizar a seção resistente da viga principal e determinar seu centroide, de acordo com as seguintes hipóteses.

- A largura de concreto homogeneizado é calculada segundo a equação (18);

$$L = \text{menor} \left( 0,4 \frac{L_{VP}}{n}; \frac{L_{VS}}{n} \right) \quad (18)$$

- Para o caso de lajes *steel deck*, a espessura da nervura ( $e_n$ ) será considerada em sua totalidade, no entanto a largura efetiva de concreto para esta região será admitida igual a metade da largura efetiva calculada pela equação (18).

A partir do valor do centroide da seção homogeneizada, é calculado o momento de inércia resistente da seção, com o uso do Teorema dos Eixos Paralelos.

O carregamento linear atuante na viga principal ( $w_{VP}$ ) pode ser calculado pela equação (19):

$$w_{VP} = \frac{L_{VS}w_{VS}}{S} + w'' \quad (19)$$

em que:

$w''$  é o peso linear do perfil de aço, em kN/m.

A viga principal é considerada como bi-apoiada, com flecha ( $\delta_{VP}$ ) calculada através da equação (20):

$$\delta_{VP} = \frac{5w_{VP}L_{VP}}{384E_aI_{VP}} \quad (20)$$

A partir dos resultados da equação (20) é possível determinar a frequência natural da viga principal, com a equação (21).

$$f_{VP} = 0,18 \sqrt{\frac{g}{\delta_{VP}}} \quad (21)$$

Além disso, é calculado o coeficiente  $D_g$ , pela equação (22), a fim de determinar o comprimento efetivo da viga principal ( $B_g$ ), pela equação (23), onde  $C_g = 2,0$  para vigas secundárias conectadas na alma da viga principal.

$$D_g = \frac{I_{VP}}{L_{VP}} \quad (22)$$

$$B_g = C_g L_{VP} \left( \frac{D_s}{D_g} \right)^{0,25} \leq \left( \frac{2}{3} \right) N L_{VS} \quad (23)$$

A carga efetiva referente ao painel da viga principal ( $W_g$ ) é determinada pela equação (24).

$$W_g = \frac{w_{VP}}{S} B_g L_{VP} \quad (24)$$

### 3.1.2.2.3 Determinação da frequência natural do piso

A frequência natural do piso ( $f_n$ ), para ocupações sensíveis, considerando apenas vibrações devido ao caminhar, é obtida pela equação (25).

$$f_n = \text{menor} (f_{VS}, f_{VP}) \quad (25)$$

Além disso, é calculada a carga equivalente total aplicada na laje ( $W$ ), através da equação (26).

$$W = \frac{\delta_{VS}}{\delta_{VS} + \delta_{VP}} W_j + \frac{\delta_{VP}}{\delta_{VS} + \delta_{VP}} W_g \quad (26)$$

### 3.1.2.3 Avaliação de vibração considerando presença de equipamentos sensíveis e ocupação sensível

Os valores obtidos nos cálculos consideram que o ponto com maior vibração, a pessoa que está caminhando e o equipamento ou a ocupação sensível (como um quarto de hospital) que sofrem os efeitos estão no meio do piso, sendo essa a pior situação.

Para os casos em que há obstáculos no meio da laje ou há um corredor preferencial para indivíduos e, para os casos em que o equipamento ou ocupação sensível não se encontram no centro do piso, é possível corrigir o valor de velocidade ou aceleração calculados. Isto é realizado com a aplicação do coeficiente de forma de onda normalizada, dado pela equação (27), se a frequência natural da viga secundária seja menor ou igual à frequência natural da viga principal e pela equação (28) caso esta condição não ocorra.

$$\varphi = \sin\left(\frac{\pi x}{L_{VS}}\right) \sin\left[\frac{\pi(y + L_{VP})}{3L_{VP}}\right] \quad (27)$$

$$\varphi = \sin\left[\frac{\pi(x + L_{VS})}{3L_{VS}}\right] \sin\left(\frac{\pi y}{L_{VP}}\right) \quad (28)$$

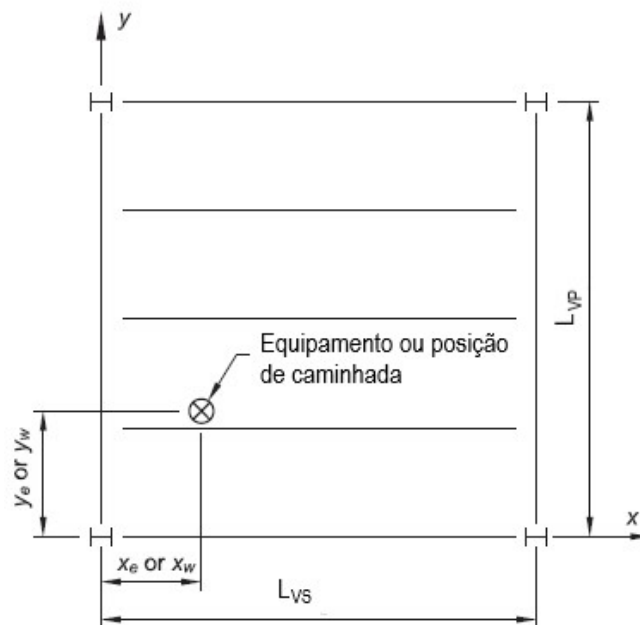
Onde:

$x$  é a distância da posição do equipamento ou excitação até a viga principal, sendo o eixo X paralelo à viga secundária;

$y$  é a distância da posição do equipamento ou excitação até a viga secundária, sendo o eixo  $Y$  paralelo à viga principal.

A Figura 3 apresenta uma ilustração das distâncias  $x$  e  $y$ .

Figura 3 - Esquema ilustrativo de posições de equipamentos/ocupação e excitações no piso



Fonte: Adaptado de Murray et al. (2016)

Onde:

$x_e$  e  $y_e$  são as respectivas posições em  $x$  e  $y$  do equipamento no piso;

$x_w$  e  $y_w$  são as respectivas posições em  $x$  e  $y$  da excitação.

Deste modo, os valores obtidos na análise serão multiplicados pelos coeficientes  $\varphi_E$  e  $\varphi_W$ , que consideram a posição do equipamento/ocupação e a presença de corredores preferenciais para caminhada, respectivamente.

A metodologia da ANSI/AISC 360-16 analisa a vibração para 4 diferentes ritmos de caminhada: muito devagar (considerada como excitação impulsiva), devagar,



moderada e rápida. Os parâmetros utilizados nos cálculos, para cada ritmo supracitado, são apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 - Parâmetros devido ao ritmo de caminhada

Ritmo de caminhada	$f_{\text{step}}$ (Hz)	$f_{4\text{máx}}$ (Hz)	Limites da zona intermediária		$\gamma$
			$f_L$ (Hz)	$f_U$ (Hz)	
Muito lenta	1,25	-	-	-	-
Lenta	1,6	6,8	6	8	0,1
Moderada	1,85	8	7	9	0,09
Rápida	2,1	8,8	8	10	0,08

Fonte: Adaptado de Murray et al. (2016)

Onde:

$f_L$  é o limite inferior da zona intermediária de frequência;

$f_U$  é o limite superior da zona intermediária de frequência;

$f_{4\text{máx}}$  é a frequência máxima do 4º harmônico;

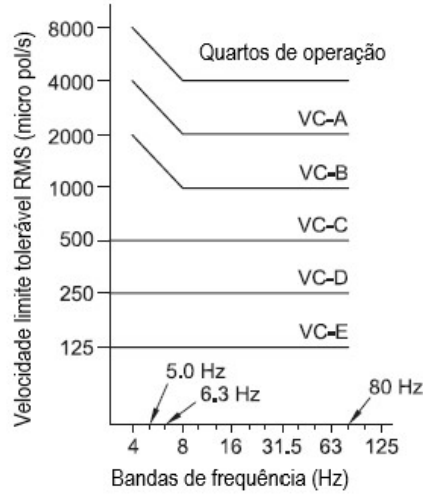
$f_{\text{step}}$  é a frequência dos passos;

$\gamma$  é o parâmetro para cada ritmo de caminhada.

### 3.1.2.3.1 Análise considerando limites genéricos

As análises de vibração com a presença de ocupação sensível ou de equipamentos sensíveis que não possuam limites de aceitabilidade devem ser realizadas considerando limites genéricos, como a raiz do quadrado médio (RMS) do espectro de velocidades ( $V_{\text{RMS}}$ ), em bandas de frequência de um terço de oitava. Esses limites estão apresentados na Tabela 3 e na Figura 4.

Figura 4 - Limites genéricos para Velocidade (micro in/s) em função das frequências



Fonte: Adaptado de Murray et al. (2016)

Vale ressaltar que as curvas apresentadas na Figura 4 são válidas até 80 Hz, no entanto os métodos analíticos utilizados pela norma só foram verificados até cerca de 15 Hz.

Para ocupação com a presença de equipamentos sensíveis são utilizadas as equações (29) a (31) para cálculo da velocidade raiz do quadrado médio.

$$V_{1/3} = \frac{250 \times 10^6}{\beta W} \frac{f_{step}^{2,43}}{f_n^{1,8}} (1 - e^{-2\pi\beta f_n / f_{step}}) \quad (29)$$

$$V_{1/3} = \frac{175 \times 10^6}{\beta W \sqrt{f_n}} e^{-\gamma f_n}, se f_n \leq f_L \quad (30)$$

$$V_{1/3} = \frac{250 \times 10^6}{\beta W} \frac{f_{step}^{2,43}}{f_n^{1,8}} (1 - e^{-2\pi\beta f_n / f_{step}}), se f_n \geq f_U \quad (31)$$

A escolha da equação para o cálculo da velocidade depende do ritmo de caminhada e da frequência natural do piso. Para o caso de caminhada com ritmo muito devagar utiliza-se a equação (29). Para os outros ritmos de caminhada é utilizada a equação (30) se  $f_n \leq f_L$  e a equação (31) se  $f_n \geq f_U$ . Para os casos em que a

frequência natural esteja na zona intermediária a  $f_L$  e  $f_U$ , faz-se interpolação linear do resultado obtido pela equação (30) e pela equação (31).

Para o caso de ocupações sensíveis o cálculo da raiz do quadrado médio do espectro de velocidades ( $V_{RMS}$ ) é realizado com as equações (32) a (34). Para ocupações sensíveis as velocidades previstas são menores, considerando a natureza subjetiva da sensibilidade à vibração humana, em comparação a sensibilidade à vibração restrita dos equipamentos sensíveis.

$$V_{1/3} = \frac{200 \times 10^6}{\beta W} \frac{f_{step}^{2,43}}{f_n^{1,8}} (1 - e^{-2\pi\beta f_n / f_{step}}) \quad (32)$$

$$V_{1/3} = \frac{120 \times 10^6}{\beta W \sqrt{f_n}} e^{-\gamma f_n}, \text{ se } f_n \leq f_L \quad (33)$$

$$V_{1/3} = \frac{200 \times 10^6}{\beta W} \frac{f_{step}^{2,43}}{f_n^{1,8}} (1 - e^{-2\pi\beta f_n / f_{step}}), \text{ se } f_n \geq f_U \quad (34)$$

A equação (32) é utilizada para caminhada com ritmo muito devagar, já para os demais ritmos de caminhada utiliza-se a equação (33) se  $f_n \leq f_L$ , ou a equação (34) se  $f_n \geq f_U$ , sendo feita uma interpolação linear entre os resultados da equação (33) e (34) caso a frequência natural esteja numa zona intermediária a  $f_n$  e  $f_U$ .

Com as velocidades calculadas para as devidas ocupações, é verificado se o limite genérico foi respeitado (Tabela 3 ou da Figura 4).

### 3.1.2.3.2 Análise considerando limites específicos

Os limites à vibração específicos para equipamentos, fornecidos pelos respectivos fabricantes, são dados em forma dos limites de aceleração ou velocidade de pico, limite do espectro de velocidade ou de aceleração em bandas de frequência ou limite de velocidade ou aceleração de bandas de frequência de um terço de oitava.

A análise da velocidade de pico ( $v_p$ ) e da aceleração de pico ( $\frac{a_p}{g}$ ) é realizada através das equações (35) a (38).

$$v_p = \frac{19 \times 10^9}{W} \frac{f_{step}^{1,43}}{f_n^{1,3}} \quad (35)$$

$$v_p = \frac{1,3 \times 10^9}{\beta W f_n} e^{-\gamma f_n} \quad (36)$$

$$\frac{a_p}{g} = \frac{310}{W} \frac{f_{step}^{1,43}}{f_n^{0,3}} \quad (37)$$

$$\frac{a_p}{g} = \frac{22}{\beta W} e^{-\gamma f_n} \quad (38)$$

As equações (35) e (37) são utilizadas para o ritmo de caminhada muito devagar. Para os demais ritmos de caminhada, se  $f_n \leq f_{4max}$ , adota-se o valor máximo obtido entre as equações (35) e (36) para cálculo da velocidade e, pelas equações (37) e (38), para cálculo da aceleração. Se  $f_n > f_{4max}$  são utilizadas as equações (35) e (37) para o cálculo da velocidade e da aceleração, respectivamente. Os cálculos apresentados nas equações (35) a (38) representam os valores de pico (amplitude). Para se obter os valores de pico a pico multiplicam-se os resultados obtidos por 2.

O cálculo do espectro de velocidade ( $v_{NB}$ ) e aceleração ( $\frac{A_{NB}}{g}$ ) é realizado através das equações (39) a (42).

$$v_{NB} = \frac{490 \times 10^6}{\beta W} \frac{f_{step}^{2,43}}{f_n^{2,3}} (1 - e^{-2\pi\beta f_n / f_{step}}) \quad (39)$$

$$v_{NB} = \frac{440 \times 10^6}{\beta W f_n} e^{-\gamma f_n} \quad (40)$$

$$\frac{A_{NB}}{g} = \frac{8,0}{\beta W} \frac{f_{step}^{2,43}}{f_n^{1,3}} (1 - e^{-2\pi\beta f_n / f_{step}}) \quad (41)$$

$$\frac{A_{NB}}{g} = \frac{7,2}{\beta W} e^{-\gamma f_n} \quad (42)$$

As equações (39) e (41) são utilizadas na análise de caminhada em ritmo muito devagar. Nos demais ritmos de caminhada, utiliza-se as equações (39) e (41) se  $f_n \geq f_U$  e as equações (40) e (42), se  $f_n \leq f_L$ . Caso a frequência natural esteja entre

$f_U$  e  $f_L$ , faz-se uma interpolação linear entre as equações (39) e (40) e entre as equações (41) e (42).

Para a verificação da velocidade de bandas de frequência de um terço de oitava emprega-se o mesmo procedimento e equacionamento que é usado para velocidade  $V_{RMS}$  para avaliação de limites genéricos. Em relação à aceleração de bandas de frequência de um terço de oitava ( $\frac{A_{1/3}}{g}$ ), aplica-se as equações (42) e (43).

$$\frac{A_{1/3}}{g} = \frac{4,2}{\beta W} \frac{f_{step}^{2,43}}{f_n^{0,8}} (1 - e^{-2\pi\beta f_n / f_{step}}) \quad (43)$$

$$\frac{A_{1/3}}{g} = \frac{6,4}{\beta W} e^{-\gamma f_n} \quad (44)$$

Para análise de caminhada em ritmo muito devagar, utiliza-se a equação (43), enquanto que para os demais ritmos aplica-se a equação (43), se  $f_n \geq f_U$ , e a equação (44), se  $f_n \leq f_L$ . Para valores de frequências naturais intermediários a  $f_U$  e  $f_L$ , faz-se interpolação linear entre equações (43) e (44).

### 3.2 Análise via elementos finitos através do ANSYS

Os exemplos foram modelados e analisados com o uso do módulo Workbench, do programa computacional ANSYS. Para as análises realizadas em pisos mistos de aço e concreto foram aproveitados os modelos computacionais desenvolvidos no plano de trabalho PIBIC PVB5249-2017. Este projeto de pesquisa foi desenvolvido no Departamento de Engenharia Civil (DEC) da Universidade Federal de Sergipe (UFS) no ano de 2017, no qual foram modelados pisos de mesmas dimensões.

Inicialmente, no programa computacional Ansys, foram realizadas análises modais, com o objetivo de obter as frequências fundamentais. Em seguida foram realizadas análises harmônicas, nas quais foi aplicada uma carga unitária (1 N) próxima à posição da pessoa caminhando que havia sido considerada previamente na análise manual, obtendo os valores de aceleração em Função de Resposta em Frequência (FRF). Para a análise dos pisos, além dos parâmetros supracitados, foram

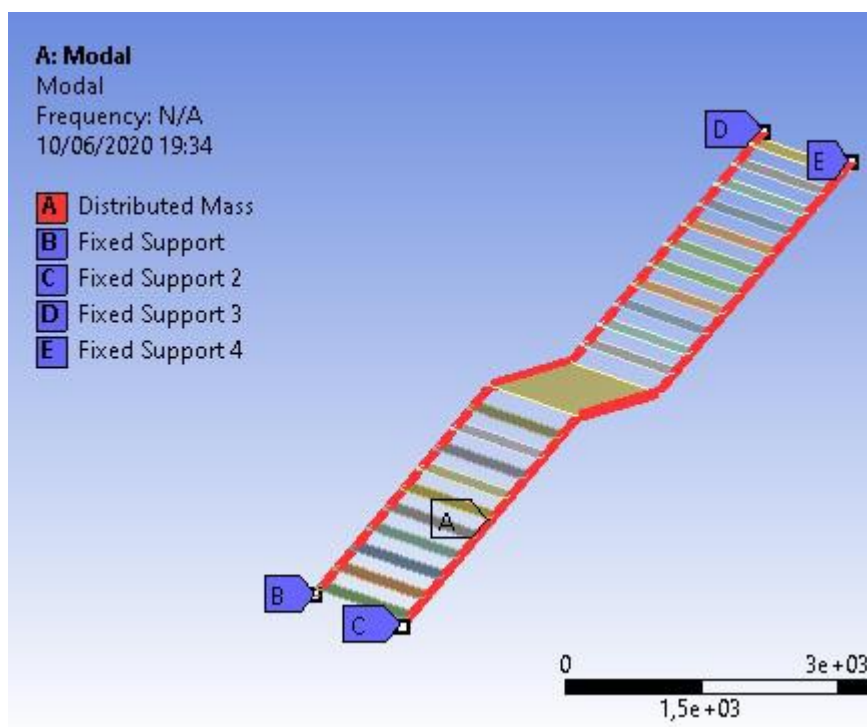
coletados os deslocamentos do primeiro modo de vibração, normalizado pela matriz de massa da estrutura, na posição do equipamento ou ocupação sensível e na posição de caminhada do indivíduo.

Com esses resultados foram realizadas as etapas de pós-processamento, de acordo com Murray et al. (2016), a fim de obter os valores de acelerações e de velocidades (para os pisos) e compará-los aos resultados obtidos na análise manual.

### **3.2.1 Escadas metálicas**

Para modelagem das escadas adotadas na análise manual foi considerado que os degraus estavam conectados às vigas de aço com ligações rígidas e que os apoios foram posicionados nas extremidades das vigas. A princípio, a espessura dos degraus foi adotada igual a 3 mm, porém a aceleração calculada apresentou valores muito altos (aceleração maior do que a aceleração da gravidade). Portanto, com base em catálogos, a espessura dos degraus foi aumentada para 7,5 mm, de modo que foram obtidos resultados mais coerentes. Os elementos não estruturais, como por exemplo os guarda-corpos não foram modelados, mas, com o intuito de considerar a influência destes na modelagem, foi inserida um valor de massa distribuído nas vigas, a fim de que a massa do modelo computacional fosse igual a adotada na análise manual. A Figura 5 apresenta o modelo de uma das escadas modeladas.

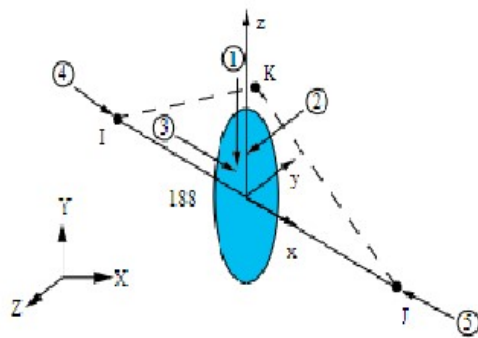
Figura 5 - Modelo da escada do exemplo 1



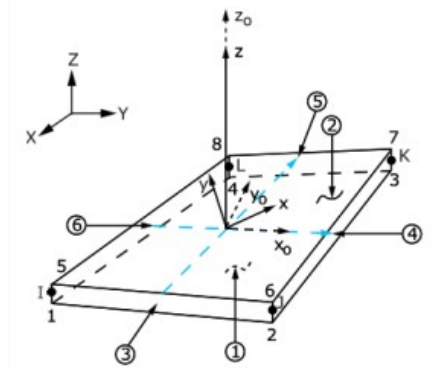
A elaboração do modelo de elementos finitos foi realizada com os elementos presentes na biblioteca do Ansys. Para as vigas utilizou-se o elemento de barra BEAM188, o qual apresenta 6 graus de liberdade nodais (rotação e translação em relação aos eixos X, Y e Z) e é baseado na Teoria de Timoshenko que inclui deformações devido ao cortante (ANSYS, 2018). Para os degraus foi adotado o elemento de casca SHELL181 que apresenta 4 nós e tem 6 graus de liberdade em cada nó (translações e rotações aos eixos X, Y e Z). A Figura 6 representa estes elementos.

O tamanho da malha dos elementos finitos foi escolhido de modo que os nós dos elementos de viga e dos elementos de chapa, referente aos degraus, coincidissem, com tamanho dos elementos igual a 25 mm.

Figura 6 - Representação esquemática dos elementos finitos



(a) Elemento Beam 188



(b) Elemento Shell181

Fonte: Ansys (2018)

Pela análise modal foi obtida a frequência fundamental de cada escada, as quais foram comparadas aos valores obtidos na análise manual. A análise harmônica foi realizada como previamente citado, calculando as respostas FRF no intervalo de frequências entre 0 Hz e 12 Hz, de acordo com o que a Murray et al. (2016) indicam. A Figura 7 e a Figura 8 apresentam o modo de vibração e a resposta FRF de uma escada modelada.

Figura 7 - Modo de vibração para frequência fundamental

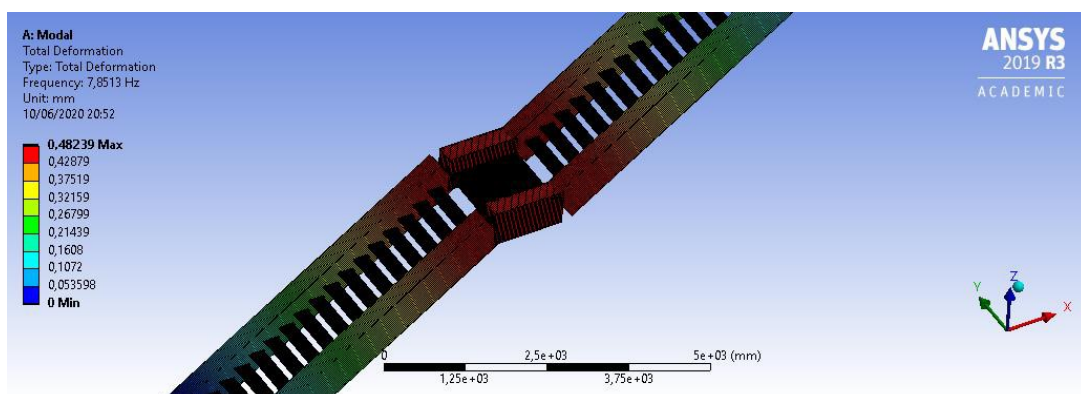
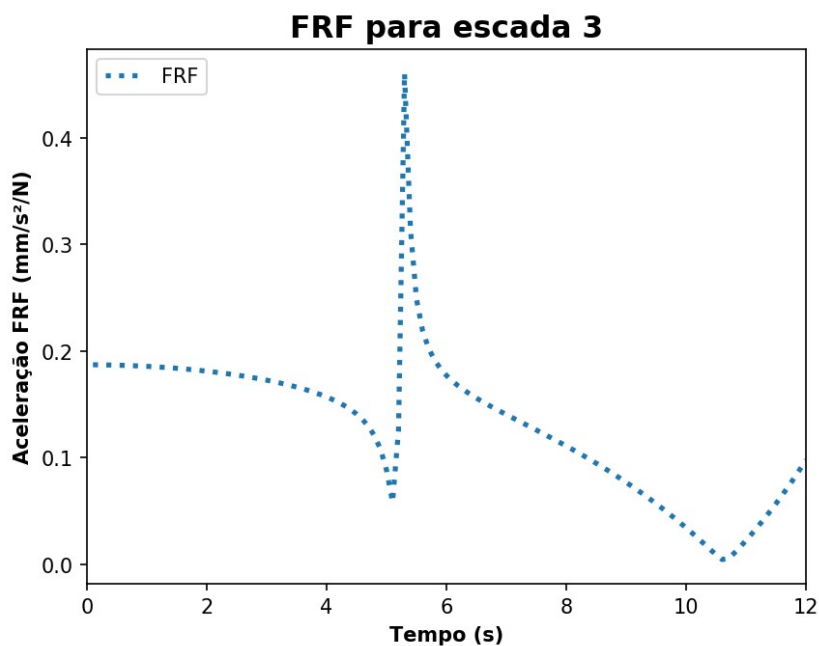




Figura 8 - Resposta FRF de escada



Para obter os valores de aceleração Murray et al. (2016) indicam um pós-processamento com os valores de FRF, apresentado a seguir.

#### 3.2.1.1 Pós-processamento para cálculo da aceleração

A metodologia sugerida por Murray et al. (2016) baseia-se nos trabalhos desenvolvidos por Davis e Murray (2009) e por Davis e Avci (2015), para escadas esbeltas sujeitas a descidas e subidas de indivíduos e grupos. A resposta de aceleração é prevista através um método que utiliza as respostas FRF.

É indicado que a magnitude FRF deve ser computada para uma carga vertical unitária, na posição de caminhada, e calculada a aceleração no local onde a pessoa que sente a vibração está. As posições de caminhada e da pessoa sensível à vibração adotadas foram as mesmas utilizadas na análise manual. De acordo com Murray et al. (2016), a frequência mínima para determinação da resposta FRF deve ser

aproximadamente 1 Hz inferior a frequência fundamental e a frequência máxima deve estar entre 10 Hz e 12 Hz.

A magnitude de FRF máxima ( $FRF_{Máx}$ ) é identificada e a frequência que a provoca é chamada de frequência dominante ( $f_d$ ). A norma recomenda que a frequência dominante não seja inferior a 5 Hz. Caso esta frequência seja inferior a 3 Hz, a escada deve ser analisada sujeita a saltos e cargas rítmicas de grupos (no presente trabalho este tipo de análise não foi necessária).

A aceleração de pico para descidas de um indivíduo em escadas é obtida através da equação (45). Para o caso de descida de grupos, Murray et al. (2016) considera que aceleração igual ao triplo do valor obtido para a situação de um indivíduo.

$$a_p = 0,62e^{-\gamma f_d} FRF_{Máx} RQ(1 - e^{-100\beta}) \quad (45)$$

A estrutura é considerada adequada se respeita os limites de tolerância de conforto humano, para cada ritmo analisado, especificados na Tabela 2.

### **3.2.2 Pisos considerando a presença de equipamentos sensíveis e ocupação sensíveis e ocupação sensível**

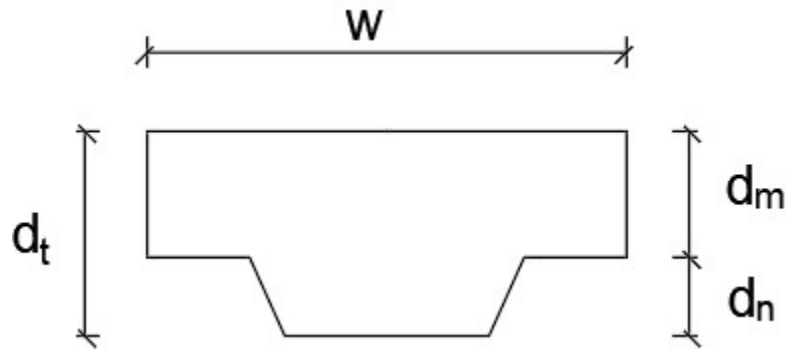
As modelagens dos pisos foram aproveitadas do plano de trabalho PIBIC PVB5249-2017, as quais foram alteradas as seções transversais dos perfis de aço, a taxa de amortecimento e o refinamento da malha de elementos finitos.

Com o intuito de facilitar a modelagem da laje *steel deck*, sugerido por Barret (2006), foram modeladas apenas a altura maciça destas (80 mm), em relação a seu eixo centroidal, desconsiderando a presença das nervuras e o concreto deve ser modelado como um material ortotrópico. A desconsideração das nervuras, no entanto, causa uma grande perda de rigidez na direção da viga principal. Portanto, Barret (2006) sugere majorar o módulo de elasticidade do concreto, na direção das nervuras,

por um coeficiente de modificação das propriedades ( $PM_{ortho}$ ), calculado segundo as equações (46) e (47), a fim de compensar a perda de rigidez.

Para o cálculo do  $PM_{ortho}$  deve-se determinar uma seção transversal equivalente de largura unitária ( $w$ ) (Figura 9). Esta seção deve possuir a mesma área da seção original, mantendo a altura da laje maciça e da nervura constante.

Figura 9 - Seção transversal equivalente



Fonte: Adaptado de Barret (2006)

$$I_{comp} = \left[ I_{slab} + A_{slab} \left( d_t - \frac{d_m}{2} - y \right)^2 \right] + \left[ I_{slab} + A_{slab} \left( d_t - \frac{d_m}{2} - y \right)^2 \right] + \left[ I_{slab} + A_{slab} \left( d_t - \frac{d_m}{2} - y \right)^2 \right] \quad (46)$$

$$PM_{ortho} = \frac{I_{comp}}{I_{slab}} \quad (47)$$

Onde:

$d_m$  é a espessura da laje maciça;

$d_t$  é a espessura total da laje;

y é o centroide da seção equivalente;

$A_{slab}$ ,  $A_{rib}$  e  $A_{diag}$  são, respectivamente, as áreas da laje maciça, da parte retangular da nervura e das partes triangulares da nervura;

$I_{slab}$ ,  $I_{rib}$  e  $I_{diag}$  são, respectivamente, os momentos de inércia da laje maciça, da parte retangular da nervura e das partes triangulares da nervura;

$I_{comp}$  é o momento de inércia da laje considerando a presença da nervura.

Para o modelo de laje *steel deck* adotado, com altura da nervura igual a 50 mm, foi obtido o valor de  $PM_{ortho}$  igual a 2,94. Além disso, a fim de garantir que o piso tenha a massa real, foi aplicada uma carga distribuída na laje igual a 613 N/m<sup>2</sup>, para simular a presença das nervuras na carga da estrutura.

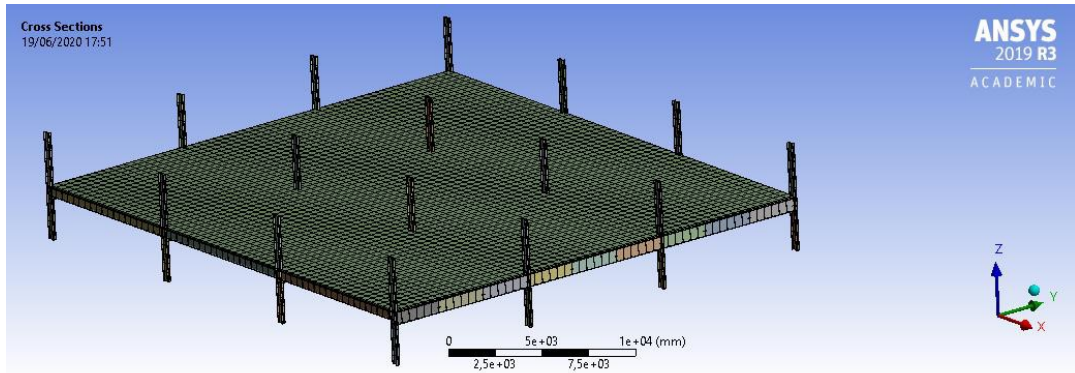
As vigas foram modeladas com o auxílio do comando *offset*, de modo que o topo dos perfis metálicos coincidissem com o fundo da laje de concreto modelada.

Com relação aos pilares, estes foram modelados com altura total de 6 m (3 m acima e 3 m abaixo do nível da laje), representando o pé direito da estrutura. Para as condições de contorno destes elementos, foi considerado que estes possuíam quatro restrições, as quais foram deslocamentos nulos em todas direções e rotação fixa na direção do eixo Y.

De maneira análoga ao procedimento realizado para escadas metálicas, o tamanho da malha de elementos finitos foi definido de modo que os nós das vigas coincidissem com os nós da laje, com o objetivo de garantir a compatibilidade de deslocamentos e esforços entre os elementos. A Figura 10 apresenta o modelo de um piso analisado.

O presente trabalho realizou a análise em 10 diferentes pisos mistos de aço e concreto, os quais possuíam variação da taxa de amortecimento estrutural (3% e 5%) e o ritmo de caminhada (muito devagar, devagar e rápido), totalizando 60 análises. Os dados destas análises estão apresentados na Tabela 18, no Apêndice B.

Figura 10 - Modelo do piso



### 3.2.2.1 Pós-processamento para cálculos de aceleração e velocidade

O *Steel Design Guide* 11 indica diversos métodos para as verificações, com base nos resultados obtidos pelas análises modal e harmônica com os valores de FRF. Estas verificações podem ser em termos de acelerações máximas, da forma de onda, no espectro de frequência e velocidade máxima de 1 terço de oitava. Cada procedimento de cálculo inclui uma probabilidade de 10% de que a resposta medida exceda a resposta prevista (MURRAY ET AL. 2016).

A norma americana indica duas metodologias de cálculo: análise por resposta ressonante, que utiliza os dados de FRF para determinar as acelerações e as velocidades; e resposta por impulso, que utiliza as frequências naturais e os modos de vibração normalizados pela matriz de massa da estrutura.

A primeira metodologia de cálculo foi utilizada para os ritmos de caminhada devagar, moderado e rápido, para aceleração de pico da forma de onda, quando a frequência dominante (definida em 3.2.1.1) não exceder a frequência  $f_{4máx}$ , caso contrário foi utilizada a segunda. Para o caso da aceleração do espectro de frequência, foi utilizado a primeira metodologia se a frequência dominante for inferior ou igual à  $f_L$ ; a segunda metodologia se a frequência dominante for maior que  $f_U$ ; ou a interpolação

linear entre os dois modelos, caso a frequência dominante esteja entre  $f_L$  e  $f_U$ . Para o ritmo muito devagar sempre se utiliza o método de resposta por impulso.

Para o cálculo da velocidade máxima a ANSI/AISC 360-16 indica dois métodos: um aproximado, que depende apenas da aceleração máxima em espectro de frequência, do tempo de caminhada ( $T$ , que a norma indica utilizar 8 segundos) e da frequência dominante; e outro exato, convertendo as acelerações de espectro de frequência em velocidades e, em seguida, determinando a densidade espectral para cada banda de frequência, para obtenção da energia em termos da frequência para cada banda e, com estes valores, obter a velocidade para cada banda. Como o segundo método é mais complexo, preferiu-se utilizar o primeiro nesta pesquisa.

### 3.2.2.2 Resposta ressonante

A aceleração de pico em forma de onda, através desse método, é prevista pela equação (48).

$$a_p = 0,62e^{-\gamma f_d} FRF_{M\grave{a}x} RQ(1 - e^{-100\beta}) \quad (48)$$

Onde:

$\alpha$  é o coeficiente dinâmico, dado pela equação (49).

$$\alpha = 0,1e^{-\gamma f_d} \quad (49)$$

Onde:

$\gamma$  é obtido pela Tabela 6, o qual depende do ritmo de caminhada.

A aceleração máxima em espectro de frequência é dada pela equação (50).

$$A_{NB} = a_p \frac{4,3}{T_{f_{step}}} \quad (50)$$

Onde:

T é a duração da caminhada, tomada como 8 segundos;

$f_{\text{step}}$  depende do ritmo, e é dado pela Tabela 6.

O cálculo da velocidade máxima RMS, em bandas de um terço de oitava é realizado pela equação (51).

$$V_{1/3} = 0,8 \frac{A_{NB}}{2\pi} \sqrt{\frac{T}{30f_d}} \quad (51)$$

### 3.2.2.3 Resposta por impulso

O procedimento de cálculo é iniciado com a determinação do pico de aceleração, previsto para todos “N” modos de vibração “m” cuja frequência fundamental é inferior a 20 Hz. Para cada modo de vibração foi obtido o valor do deslocamento vertical normalizado pela matriz massa da estrutura, para as posições do equipamento e da caminhada, e aplicada a raiz quadrada a estes valores. A aceleração para cada modo é calculada pela equação (52).

$$a_{p,m} = 2\pi f_{n,m} \phi_{i,m} \phi_{j,m} I_{eff,m} \quad (52)$$

Onde:

$f_{n,m}$  é a frequência natural do piso para o modo de vibração m;

$\phi_{i,m}$  é o valor do modo de vibração m normalizado pela massa na posição de caminhada;

$\phi_{j,m}$  é o valor do modo de vibração m normalizado pela massa na posição do equipamento;

$I_{eff,m}$  é o impulso efetivo, calculado para o modo de vibração m, o qual segue a equação (53).

$$I_{eff} = \frac{f_{step}^{1,43}}{f_n^{1,30}} \frac{Q}{17,8} \quad (53)$$

Onde:

$f_{step}$  é calculado, nesse caso, pela equação (54), pois deve-se determinar qual frequência de passo possui um múltiplo próximo à frequência natural do piso.

$$f_{step} = \frac{f_n}{h} \quad (54)$$

Onde:

$h$  é o número do harmônico disposto, para cada ritmo de caminhada, nas Tabelas 7, 8, 9 e 10.

Tabela 7 - Seleção do harmônico para o ritmo muito devagar (1 a 1,5 Hz)

Frequência dominante (Hz)	h
4,0 - 6,0	4
6,0 - 7,5	5
7,5 - 9,0	6
9,0 - 10,5	7
10,5 - 12,0	8
12,0 - 13,5	9
13,5 - 15,0	10
15,0 - 16,5	11
16,5 - 18,0	12
18,0 - 19,5	13

Fonte: Adaptado de Murray et al. (2016)



Tabela 8 - Seleção do harmônico para o ritmo devagar (1,5 a 1,7 Hz)

<b>Frequência dominante (Hz)</b>	<b>h</b>
6,8 - 8,5	5
8,5 - 10,2	6
10,2 - 11,9	7
11,9 - 13,6	8
13,6 - 15,3	9
15,3 - 17,0	10
17,0 - 18,7	11
18,7 - 20,0	12

Fonte: Adaptado de Murray et al. (2016)

Tabela 9 - Seleção do harmônico para o ritmo moderado (1,7 a 2,0 Hz)

<b>Frequência dominante (Hz)</b>	<b>h</b>
8,0 - 10,0	5
10,0 - 12,0	6
12,0 - 14,0	7
14,0 - 16,0	8
16,0 - 18,0	9
18,0 - 20,0	10

Fonte: Adaptado de Murray et al. (2016)

Tabela 10 - Seleção do harmônico para o ritmo rápido (2 a 2,2 Hz)

Frequência dominante (Hz)	h
8,8 - 11,0	5
11,0 - 13,2	6
13,2 - 15,4	7
15,4 - 17,6	8
17,6 - 20,0	9

Fonte: Adaptado de Murray et al. (2016)

A partir da obtenção dos valores da aceleração de pico para cada modo de vibração procede-se para o cálculo da resposta total entre a aplicação de passos, a qual é soma das respostas de cada modo de vibração, calculada através da equação (55).

$$a(t) = \sum_{m=1}^{N_{\text{modos}}} a_{p,m} e^{-2\pi f_{n,m}\beta t} \sin(2\pi f_{n,m}t) \quad (55)$$

Calcula-se a aceleração de pico calibrada através da equação (56).

$$a_p = 1,5 \max[|a(t)|] \quad (56)$$

A aceleração máxima no espectro de frequência segue a equação (57).

$$A_{NB} = a_p \frac{1 - e^{-2\pi\beta h}}{20\beta h} \quad (57)$$

Por fim, o cálculo da magnitude da velocidade máxima RMS, em bandas de um terço de oitava, é realizado pela equação (51), de forma análoga ao modelo de resposta ressonante.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com as respostas obtidas através da metodologia simplificada, proposta pela ANSI/AISC 360-16, sendo utilizadas como dados de entrada a Tabela 17 para as escadas e a Tabela 18 para os pisos, e dos resultados alcançados com os modelos computacionais no ANSYS, foi possível fazer uma análise comparativa entre estes resultados.

### 4.1 Escadas metálicas

Com a aplicação da metodologia proposta, foram determinados os valores de frequência fundamental e acelerações para os ritmos de descida normal, rápida e rápida em grupo. Esses resultados estão nas Tabela 11 e Tabela 12, respectivamente.

Tabela 11 - Resultados de frequências fundamentais

Escada	$f_{nx}$ AISC (Hz)	$f_{nx}$ Ansys (Hz)	Erro (%)	Escada	$f_{nx}$ AISC (Hz)	$f_{nx}$ Ansys (Hz)	Erro (%)
1	14,50	15,70	7,60	13	8,48	11,28	24,83
2	14,50	15,70	7,60	14	8,48	11,28	24,83
3	9,91	12,50	20,72	15	5,63	8,20	31,31
4	9,91	12,50	20,72	16	5,63	8,20	31,31
5	6,92	9,87	29,85	17	19,77	15,70	25,89
6	6,92	9,87	29,85	18	19,77	15,70	25,89
7	4,60	4,89	5,96	19	13,51	15,74	14,18
8	4,60	4,89	5,96	20	13,51	15,74	14,18
9	17,76	15,70	13,11	21	9,44	11,22	15,84
10	17,76	15,70	13,11	22	9,44	11,22	15,84
11	12,14	16,05	24,38	23	6,27	7,85	20,18
12	12,14	16,05	24,38	24	6,27	7,85	20,18

Tabela 12 - Resultados de aceleração para escadas

Escada	$a_{norm}$ AISC (%g)	$a_{rapid}$ AISC (%g)	$a_{group}$ AISC (%g)	$a_{norm}$ Ansys (%g)	$a_{rapid}$ Ansys (%g)	$a_{group}$ Ansys (%g)
1	0,50	1,51	4,54	0,59	0,87	2,60
2	0,25	0,76	2,28	0,69	1,04	3,13
3	1,52	2,92	8,75	0,38	0,27	0,82
4	0,76	1,46	4,38	0,57	0,41	1,24
5	3,00	4,29	12,86	2,84	8,78	26,34
6	1,51	2,15	6,45	3,26	9,92	29,76
7	4,73	5,35	16,05	1,43	3,83	11,49
8	2,37	2,68	8,04	0,73	1,97	5,92
9	0,12	0,52	1,56	0,29	0,71	2,14
10	0,06	0,26	0,78	0,44	1,07	3,21
11	0,51	1,22	3,66	0,24	0,18	0,53
12	0,25	0,61	1,83	0,36	0,26	0,79
13	1,22	2,04	6,11	2,61	6,61	19,82
14	0,61	1,02	3,06	3,15	9,42	28,27
15	2,24	2,81	8,42	0,85	2,82	8,47
16	1,12	1,41	4,22	0,46	1,53	4,59
17	0,08	0,40	1,19	0,33	0,71	2,12
18	0,04	0,20	0,60	0,49	1,06	3,18
19	0,38	1,05	3,14	0,27	0,20	0,59
20	0,19	0,52	1,57	0,41	0,29	0,88
21	1,03	1,89	5,68	4,08	10,86	32,58
22	0,52	0,95	2,84	3,17	9,32	27,96
23	2,07	2,77	8,32	0,18	0,29	0,87
24	1,04	1,39	4,17	0,27	0,44	1,31

A partir dos dados apresentados na Tabela 11, foi possível notar que, em 83,3% dos exemplos analisados, a metodologia simplificada apresentou resultados de frequência fundamental inferiores aos obtidos na análise numérica, sendo conservadora neste aspecto.

Com base nos resultados da Tabela 12, que dispõe os resultados de aceleração obtidos para as três diferentes análises, é verificado que em 45,83% dos exemplos analisados a aceleração obtida pelo método simplificado foi superior as obtidas na análise numérica e, portanto, com resultados menos conservadores em comparação aos resultados de frequência fundamental.

Além disso, foram calculados os erros absolutos e relativos para as acelerações. Vale salientar que os erros relativos para o ritmo rápido e em grupo são iguais, pois, para a análise manual, estes resultados são proporcionais. Estas análises estão apresentadas nas Figura 11 a Figura 13.

Figura 11 - Boxplots dos erros absolutos e relativos da aceleração

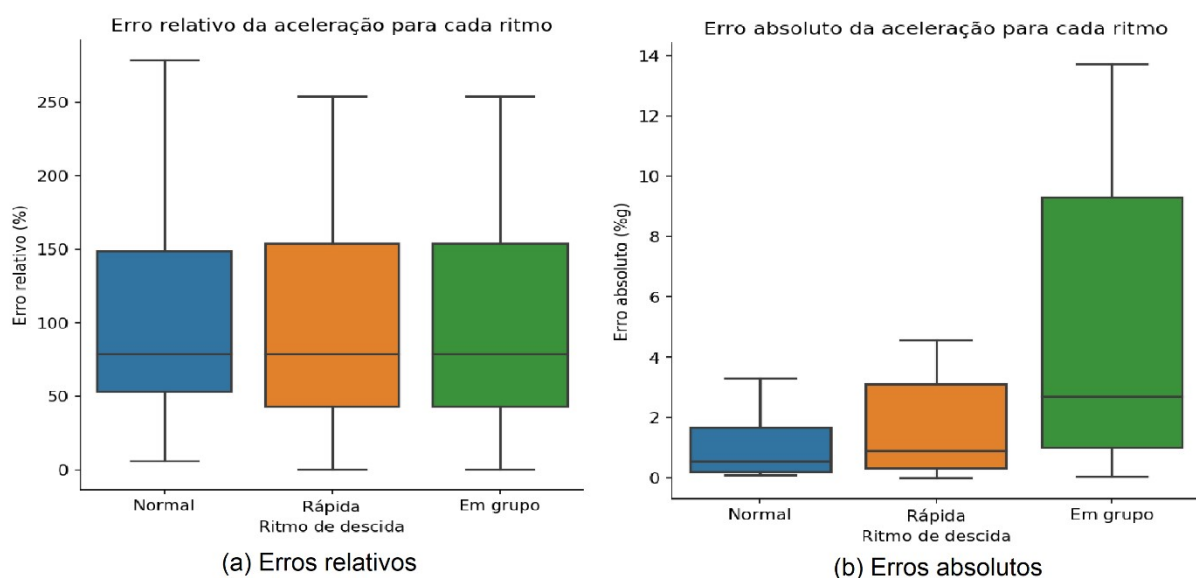


Figura 12 - Erros relativos de aceleração vs Frequência fundamental

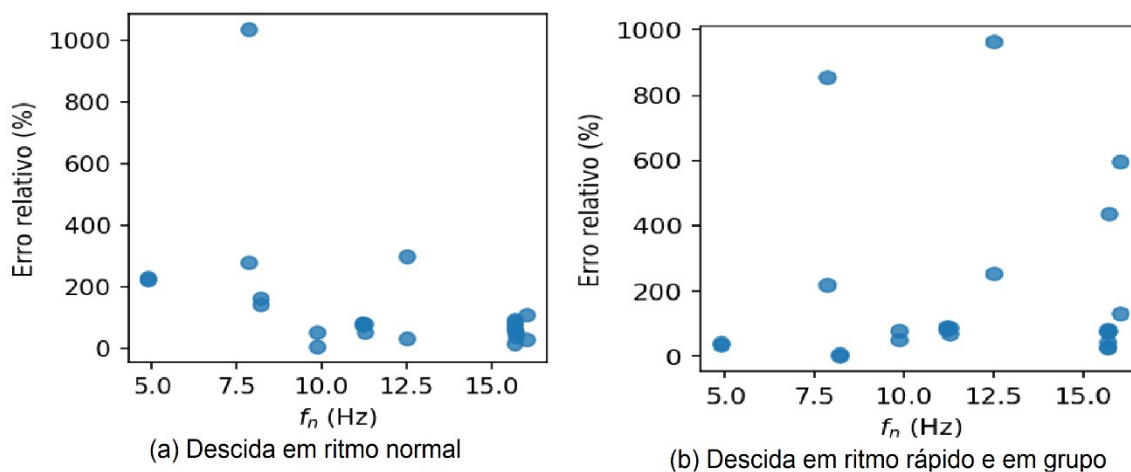
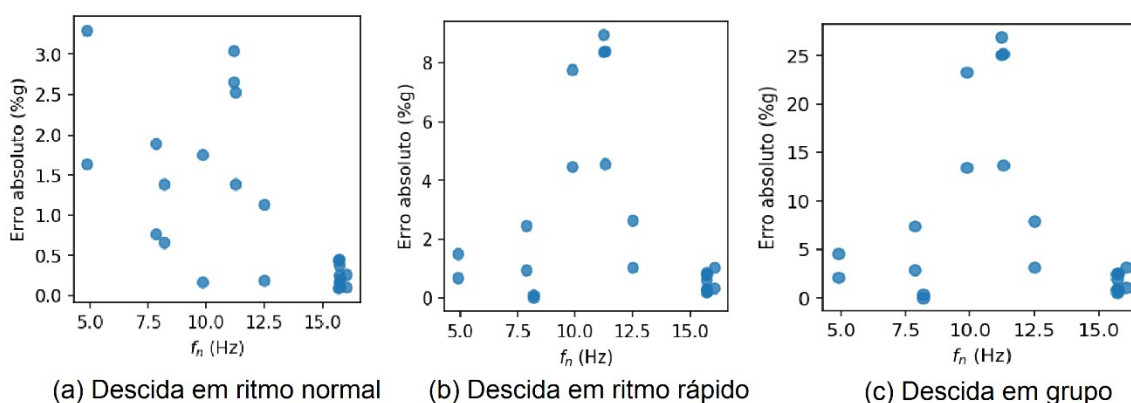


Figura 13 - Erros absolutos de aceleração vs Frequência fundamental



Para a elaboração dos boxplots da Figura 11 (a), foram desconsiderados os valores extremos (*outliers*), sendo observado que os erros relativos dos resultados da metodologia simplificada não diferiram muito entre as análises, apresentando valores de 1º, 2º e 3º quartil próximos entre si. No entanto, houve uma pequena diferença do valor máximo do ritmo de descida normal em relação as demais análises.

Como os valores de aceleração obtidos são relativamente pequenos, os erros relativos podem apresentar resultados elevados e, portanto, também foram analisados

os erros absolutos. Como pode ser observado na Figura 11 (b), os erros absolutos foram maiores para descida em grupo e menores para a análise de descida em um ritmo normal, analisando as linhas de valores extremos e quartis do boxplot. Nesse sentido, a aceleração obtida através método simplificado, para o ritmo de descida normal, é mais confiável que para a análise de descidas rápidas ou em grupos.

Ao analisar os resultados dos erros das acelerações em função das frequências fundamentais de cada escada (Figura 12), é possível concluir que, para os erros relativos, desconsiderando valores extremos, para o ritmo de aceleração normal, o erro diminuiu à medida que a frequência aumentou. Para a descida em ritmo rápido e descidas em grupo não se observou nenhum padrão. Analisando a Figura 13, foi possível notar que os erros absolutos diminuiram a medida que a frequência natural aumentou, enquanto que para o ritmo rápido e descidas em grupo não apresentou nenhum padrão, de forma semelhante aos erros relativos.

## **4.2 Pisos considerando presença de equipamentos e ocupação sensível**

Seguindo a metodologia proposta pela ANSI/AISC 360-16 para as análises simplificadas, obteve-se os resultados de frequência fundamental dos pisos, de acelerações máximas, em espectros de frequência e de pico, e de velocidade máxima ( $V_{RMS}$ ) no espectro de frequência.

Para as análises realizadas pelo método da norma americana, considerou-se a possibilidade de locação do equipamento ou ocupação sensível em qualquer posição do piso, obtendo curvas de superfície para cada exemplo em função dessa localização, apresentadas no apêndice C, para caminhada em ritmo rápido.

O formato que essas superfícies seguem é de uma função senoidal de duas variáveis, de acordo com as equações (27) e (28), variando apenas a intensidade, seja da velocidade, seja da aceleração, de acordo com o piso e a atividade analisada. Também se observou que as curvas tendem a possuir maior decaimento, seja em

uma análise de velocidade, seja em uma análise de aceleração, quanto mais próximo da viga que possua a maior frequência natural, ou seja, para a viga mais rígida. Vale ressaltar que, para todos os casos analisados, os picos de excitação ocorreram no centro da laje.

Em seguida, pela metodologia proposta por Murray et al. (2016) para as análises computacionais, foram obtidos resultados para fins de comparação com a metodologia simplificada. Os resultados pelas duas metodologias estão dispostos na Tabela 13, na Tabela 14 e na Tabela 15.

Tabela 13 - Frequências fundamentais, para ambas metodologias, erros absolutos e relativos

Exemplos	$f_n$ Ansys (Hz)	$f_n$ AlSC (Hz)	Erro <sub>abs</sub> (Hz)	Erro <sub>rel</sub> (%)
1 a 3 e 16 a 18	7,01	4,98	2,03	28,92
4 a 6 e 19 a 21	7,79	5,94	1,86	23,84
7 a 9 e 22 a 24	8,48	6,74	1,74	20,53
10 a 12 e 25 a 27	9,45	7,32	2,13	22,53
13 a 15 e 28 a 30	10,47	8,37	2,10	20,06
31 a 33 e 46 a 48	12,05	9,06	2,99	24,78
34 a 36 e 49 a 51	13,73	10,45	3,28	23,91
37 a 39 e 52 a 54	14,42	16,43	2,01	13,97
40 a 42 e 55 a 57	14,42	18,92	4,50	31,23
43 a 45 e 58 a 60	14,42	21,54	7,13	49,43



Tabela 14 - Acelerações máximas, em espectro e de pico, e velocidade máxima em espectro pela análise manual

Exemplo	a <sub>p</sub> AISC (%g)	a <sub>NB</sub> AISC (%g)	V <sub>RMS</sub> AISC (micro in/s)	Exemplo	a <sub>p</sub> AISC (%g)	a <sub>NB</sub> AISC (%g)	V <sub>RMS</sub> AISC (micro in/s)
1	0,116	0,013	1856,15	31	0,199	0,018	1828,71
2	0,139	0,046	4956,28	32	0,201	0,02	2074,97
3	0,173	0,05	5475,72	33	0,296	0,052	5071,48
4	0,11	0,012	1508,07	34	0,21	0,017	1653,06
5	0,126	0,041	4105,26	35	0,211	0,02	1901,01
6	0,163	0,046	4622,72	36	0,311	0,033	3164,00
7	0,106	0,011	1299,29	37	0,165	0,01	762,96
8	0,116	0,028	3098,91	38	0,166	0,012	918,11
9	0,157	0,044	4082,99	39	0,245	0,021	1602,22
10	0,093	0,009	1052,52	40	0,167	0,009	641,56
11	0,093	0,018	2016,39	41	0,168	0,011	782,66
12	0,138	0,037	3356,01	42	0,248	0,019	1387,48
13	0,088	0,008	874,90	43	0,155	0,007	501,15
14	0,088	0,009	985,58	44	0,156	0,009	618,62
15	0,131	0,03	2742,70	45	0,23	0,017	1112,55
16	0,116	0,011	1505,48	46	0,199	0,013	1321,70
17	0,117	0,027	2973,77	47	0,201	0,015	1577,11
18	0,173	0,03	3285,43	48	0,296	0,035	3405,54
19	0,11	0,009	1185,75	49	0,21	0,012	1160,01
20	0,11	0,025	2463,16	50	0,211	0,015	1403,94
21	0,163	0,028	2773,63	51	0,311	0,026	2466,03
22	0,106	0,008	997,23	52	0,165	0,006	491,68
23	0,107	0,018	1967,30	53	0,166	0,008	618,21
24	0,157	0,026	2449,80	54	0,245	0,015	1139,86
25	0,093	0,007	794,73	55	0,167	0,006	404,98
26	0,093	0,012	1358,08	56	0,168	0,007	513,43
27	0,138	0,022	2013,60	57	0,248	0,013	958,88
28	0,088	0,006	642,89	58	0,155	0,005	311,44
29	0,088	0,007	760,93	59	0,156	0,006	397,15
30	0,131	0,019	1707,84	60	0,23	0,011	749,28

Tabela 15 - Acelerações máximas, em espectro e de pico, e velocidade máxima em espectro, pelo Ansys

Exemplo	$a_p$ ANSYS (%g)	$a_{NB}$ ANSYS (%g)	$V_{RMS}$ ANSYS (micro in/s)	Exemplo	$a_p$ ANSYS (%g)	$a_{NB}$ ANSYS (%g)	$V_{RMS}$ ANSYS (micro in/s)
1	0,481	0,073	5047,01	31	0,314	0,047	3383,57
2	0,488	0,079	5475,20	32	0,329	0,053	3787,87
3	0,679	0,118	8181,30	33	0,471	0,089	6287,94
4	0,467	0,066	4481,03	34	0,216	0,029	1851,34
5	0,452	0,068	4641,14	35	0,253	0,036	2314,68
6	0,676	0,118	7998,62	36	0,356	0,062	4020,53
7	0,479	0,068	4512,49	37	0,074	0,009	553,78
8	0,472	0,071	4738,25	38	0,142	0,019	1128,84
9	0,641	0,112	7424,25	39	0,203	0,031	1851,21
10	0,544	0,077	5128,33	40	0,067	0,008	465,28
11	0,610	0,092	6150,03	41	0,123	0,016	965,90
12	0,877	0,153	10205,20	42	0,174	0,026	1566,08
13	0,453	0,060	3890,68	43	0,016	0,002	110,20
14	0,521	0,079	5114,75	44	0,043	0,005	311,59
15	0,737	0,129	8347,39	45	0,061	0,009	532,61
16	0,467	0,049	3384,02	46	0,303	0,032	2244,55
17	0,474	0,054	3762,03	47	0,317	0,036	2574,94
18	0,658	0,084	5778,17	48	0,454	0,064	4535,02
19	0,364	0,035	2363,64	49	0,208	0,018	1187,37
20	0,438	0,046	3098,25	50	0,243	0,025	1651,25
21	0,655	0,083	5625,66	51	0,343	0,044	2823,90
22	0,463	0,044	2945,33	52	0,072	0,006	354,28
23	0,457	0,048	3160,03	53	0,138	0,012	731,50
24	0,620	0,079	5214,42	54	0,199	0,021	1247,63
25	0,525	0,050	3339,92	55	0,065	0,005	293,42
26	0,589	0,062	4101,73	56	0,120	0,011	625,42
27	0,846	0,108	7167,57	57	0,170	0,018	1054,57
28	0,436	0,038	2492,72	58	0,016	0,001	69,11
29	0,502	0,052	3405,57	59	0,042	0,003	198,57
30	0,710	0,090	5854,77	60	0,059	0,006	358,57

A partir da Tabela 13, foi possível observar que, dos 10 diferentes pisos modelados, considerando a variação dos perfis de aço, 70% dos resultados de frequência fundamental obtidos pela metodologia simplificada foram conservadores.

Em relação às acelerações máximas de pico e em espectro de frequência e a velocidade em espectro de frequência, a Tabela 16 apresenta um resumo das análises, com as porcentagens dos exemplos, para cada ritmo de caminhada, em que a metodologia proposta pela ANSI/AISC 360-16 foi conservadora.

Tabela 16 - Porcentagem dos exemplos em que a norma foi mais conservadora

Variável de interesse	Ritmo de caminhada	(%)
$a_p$	Muito devagar	35
	Devagar	30
	Rápido	30
$a_{NB}$	Muito devagar	30
	Devagar	10
	Rápido	10
$V_{RMS}$	Muito devagar	30
	Devagar	10
	Rápido	10

Observou-se que os resultados de frequência fundamental obtidos através da metodologia simplificada foram mais conservadores que os resultados de velocidade e das acelerações, especialmente as acelerações em espectro de frequência.

Além disso, foram analisados os erros absolutos e relativos para as acelerações e velocidade e plotados gráficos para os desvios destes em função da frequência fundamental do piso, apresentados na Figura 14 a Figura 19.

Figura 14 - Erros relativos para aceleração de pico vs Frequência fundamental do piso

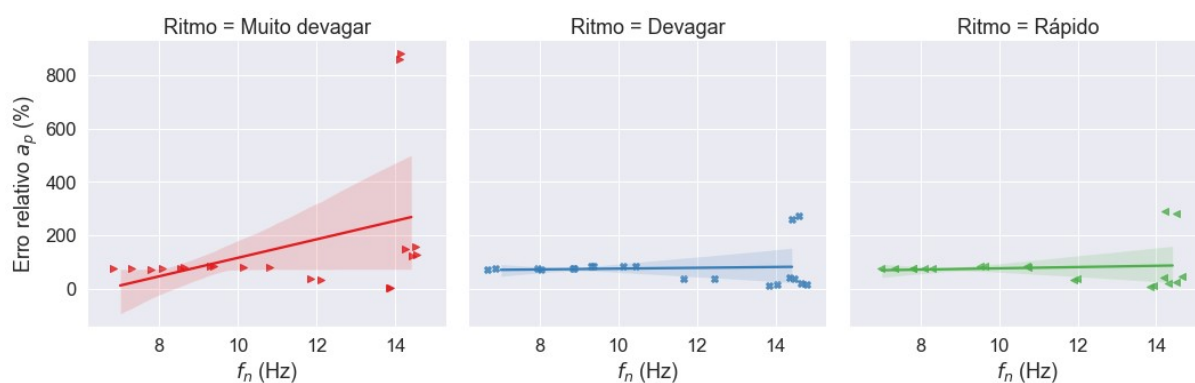


Figura 15 - Erros absolutos para aceleração de pico vs Frequência fundamental do piso

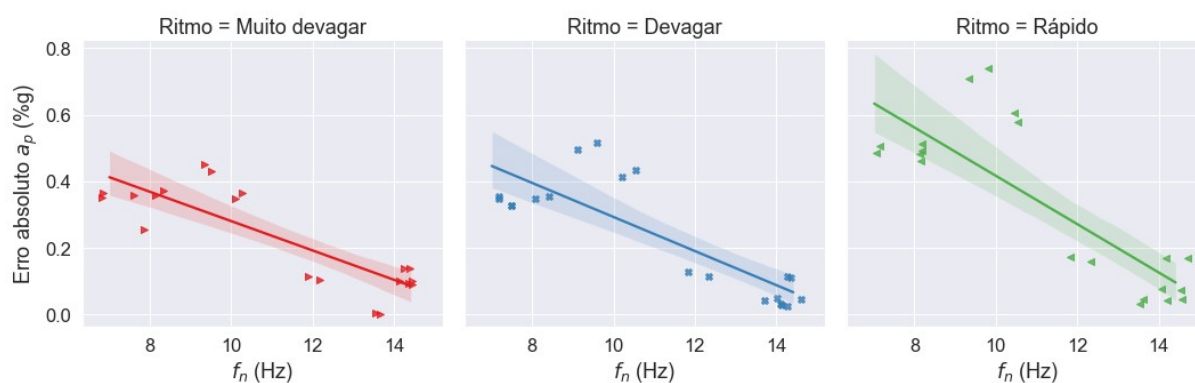


Figura 16 - Erros relativos para aceleração máxima em espectro vs Frequência fundamental do piso

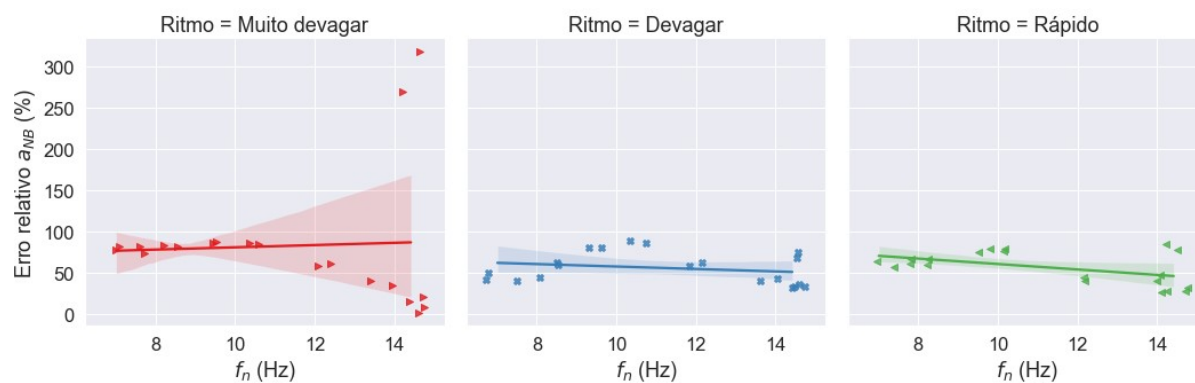


Figura 17 - Erros absolutos para aceleração máxima em espectro vs Frequência fundamental do piso

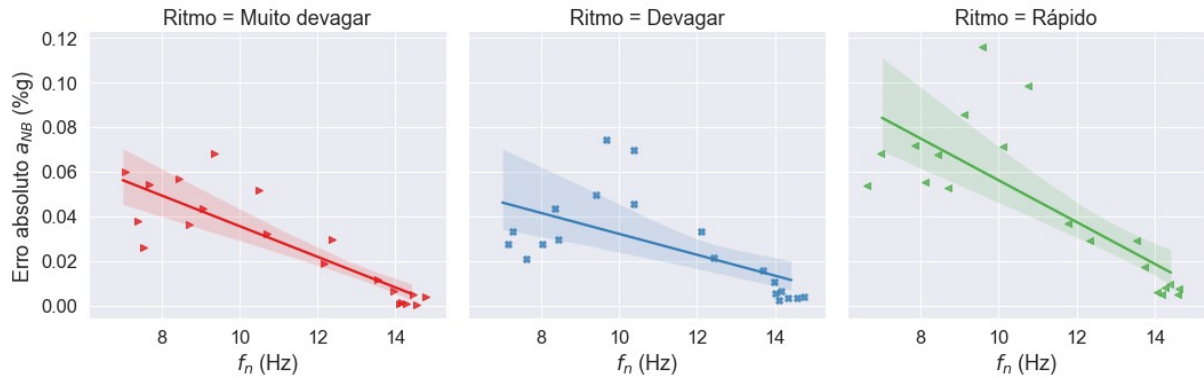


Figura 18 - Erros relativos para  $V_{RMS}$  vs Frequência fundamental do piso

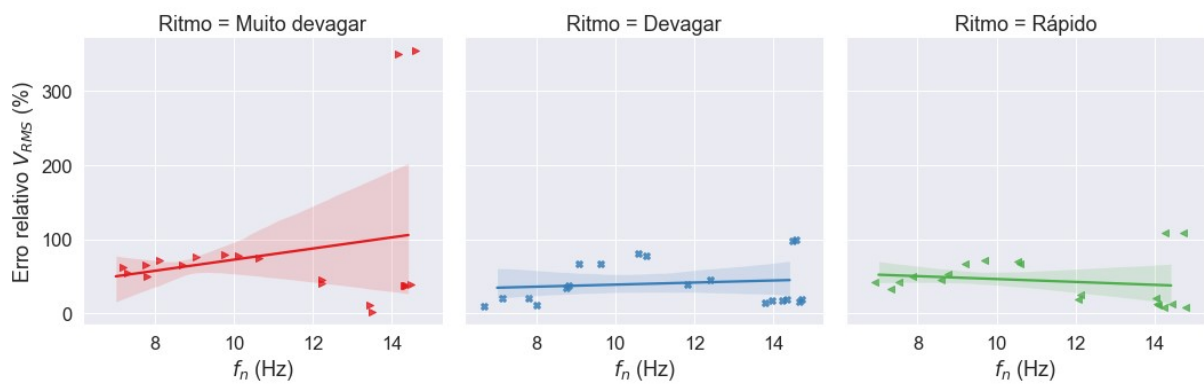
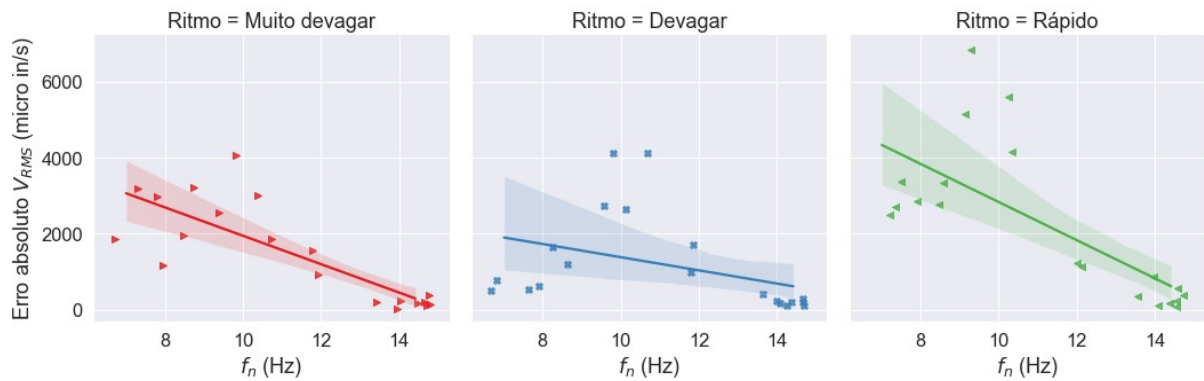


Figura 19 - Erros absolutos para  $V_{RMS}$  vs Frequência fundamental do piso



É possível observar que os erros relativos foram maiores para o ritmo de caminhada devagar e que, para este ritmo, a linha de tendência foi de crescimento com o aumento da frequência natural. Para os demais ritmos a tendência foi de um erro relativo aproximadamente constante ou de decrescimento. No entanto, ao analisar os erros absolutos foi possível notar, para todos os ritmos de caminhada, uma tendência de decrescimento destes com o aumento da frequência natural.

Vale ressaltar que os erros absolutos foram menores para o ritmo muito devagar, especialmente para os resultados em termos de aceleração. A discrepância deste erro com os erros relativos deve-se ao fato que, para pisos com altas frequências fundamentais, a resposta dinâmica do piso tende a ser menor, acarretando em maiores erros relativos. A fim de confirmar as tendências, foram plotados boxplots, desconsiderando os valores extremos, dos erros para as acelerações ( $a_p$  e  $a_{NB}$ ) e para a velocidade ( $V_{RMS}$ ), os quais encontram-se na Figura 20 a Figura 22.

Figura 20 - Boxplots de erros para a aceleração de pico

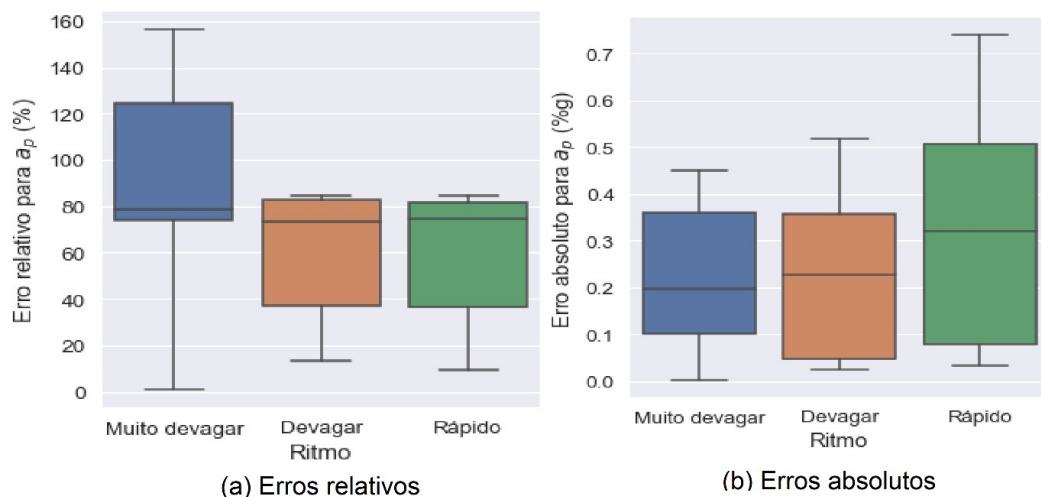


Figura 21 - Boxplots de erros para a aceleração máxima em espectro

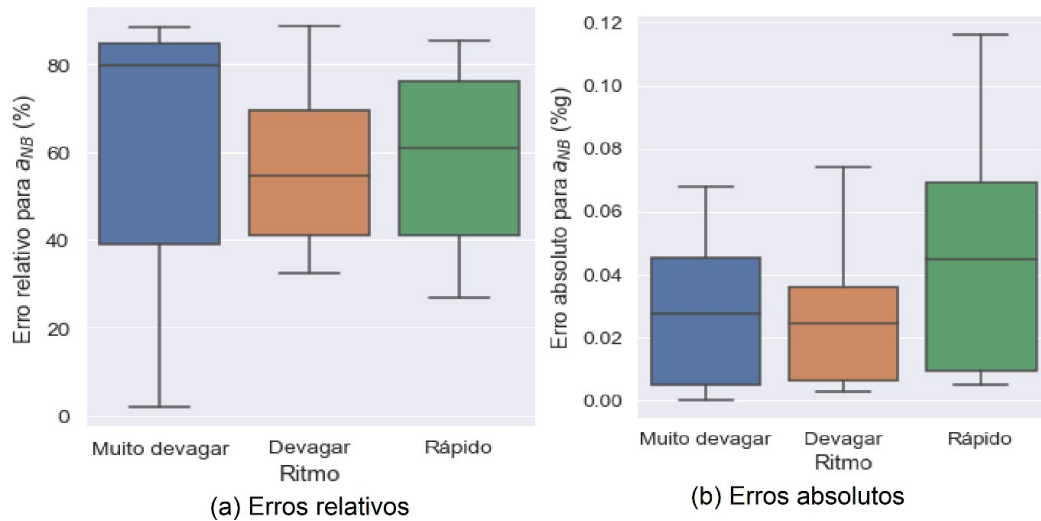
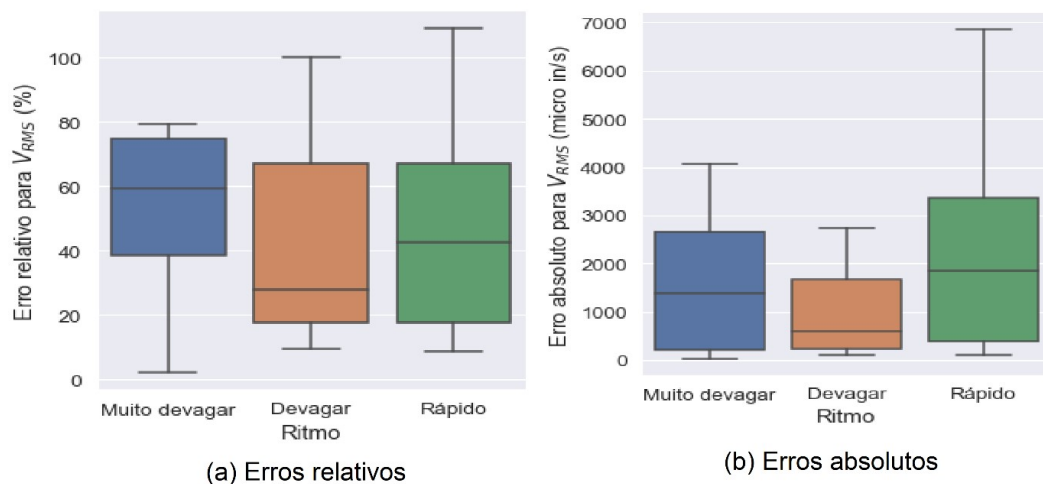


Figura 22 - Boxplots de erros para  $V_{RMS}$



Com base nas boxplots, foi possível corroborar que o ritmo de caminhada muito devagar apresentou os maiores erros relativos e os menores erros absolutos. Os valores de erros relativos para o ritmo devagar apresentaram menores valores, enquanto que o ritmo rápido obteve os maiores erros absolutos, isto se deve ao fato de que as respostas dinâmicas para este ritmo tendem a ser maiores.

## **5 CONCLUSÕES**

### **5.1 Escadas metálicas**

A partir da análise das escadas avaliadas, foi possível verificar que a metodologia simplificada da ANSI/AISC 360-16 proporcionou menores resultados de frequência fundamental, em comparação aos resultados numéricos obtidos no programa computacional Ansys, em 83,3% dos casos. Para a análise das acelerações, de forma semelhante, a metodologia simplificada mostrou-se conservadora em 45,83% dos exemplos, independentemente do tipo de análise realizada. Portanto, confirmando que os resultados de frequência fundamental pelo método simplificado são mais confiáveis que os de aceleração.

Além disso, foi observado que os erros relativos para as acelerações não diferiram muito entre as análises realizadas. No entanto, os erros absolutos foram maiores para a descida em grupos, em comparação com a análise para descida individual, em ritmo normal. Portanto, a partir dos exemplos avaliados, é possível concluir que a metodologia da ANSI/AISC 360-16 é mais conservadora para as descidas individuais em ritmo normal e menos para descidas em grupo.

Ao verificar a relação entre a frequência fundamental e o erro, seja o absoluto, seja o relativo, foi notada que, para as análises de descidas individuais em um ritmo normal de caminhada a relação entre estes parâmetros é inversamente proporcional, ou seja, à medida que a frequência fundamental aumenta os erros tendem a ser menores. Para as demais análises não foi verificado nenhum padrão.

### **5.2 Pisos considerando presença de equipamentos sensíveis e ocupação sensível**

A partir dos gráficos de superfície obtidos através da metodologia simplificada, foi possível observar que a posição da pessoa que caminha tem influência no resultado vibratório, sendo aconselhado localizar os corredores mais próximos a viga



mais rígida do piso, de modo a introduzir caminhos preferenciais para caminhada de indivíduos, pois nestas regiões as vibrações são reduzidas

Com base nos resultados obtidos através da análise numérica e comparando-os com as respostas alcançadas pela metodologia simplificada, foi observado que os resultados de frequência fundamental pela primeira análise foram conservadores em 70% dos exemplos. No entanto, os resultados de aceleração e de velocidade se apresentaram menos conservadores, especialmente para a aceleração em espectro de frequência e para a velocidade em bandas de um terço de oitava.

A análise dos erros relativos para os resultados de aceleração e velocidade possibilitou concluir que, em análises com ritmo de caminhada muito devagar, estes erros apresentaram tendência de crescimento proporcional a frequência fundamental do piso. Entretanto, destaca-se que pisos com maiores frequências fundamentais apresentam menores respostas dinâmicas, o que pôde implicar no aumento deste erro. Para a análise com caminhada normal e rápida foi possível observar uma tendência constante ou de decrescimento.

Com o intuito de analisar a influência da ordem de grandeza dos resultados na qualidade dos resultados, foram verificados os erros absolutos para os mesmos exemplos. Para o ritmo de caminhada muito devagar os erros absolutos apresentaram tendência de decrescimento com o aumento da frequência natural, com análise semelhante para o ritmo normal. No entanto, para o ritmo de caminhada rápido foi observado que o erro absoluto aumentou com o aumento da frequência fundamental. Portanto, a metodologia simplificada é mais apropriada para análises com ritmos de caminhada mais lentos.

## **6 PERSPECTIVAS DE FUTUROS TRABALHOS**

A fim de validar os modelos computacionais e adaptá-los a modelos a novos casos genéricos, deve-se realizar a modelagem de escadas esbeltas e pisos mistos de aço e concreto que possuam resultados experimentais de frequências fundamentais e respostas dinâmicas ao caminhar humano, como acelerações ou velocidades. Em seguida, deverá ser verificado se as conclusões obtidas neste trabalho serão sustentadas pelas respostas alcançadas pelos novos modelos desenvolvidos.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ansys, Inc. **ANSYS Help System**. Canonsburg, 2018;

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 8681:2004: Ações e segurança nas estruturas-Procedimento**. Rio de Janeiro: ABNT, 2004;

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6120:2019: Ações para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro: ABNT, 2019;

AVCI, O. et al. **Vibrations Serviceability of a Medical Facility Floor for Sensitive Equipment Replacement: Evaluation with Sparse In Situ Data**. Practice Periodical on Structural Design and Construction, v. 24, n. 1, p. 11, fev. 2019;

BARRET, A. R. **Dynamic Testing of In-Situ Composite Floors and Evaluation of Vibration Serviceability Using the Finite Element Method**. 2006. Instituto Politécnico e Universidade Estadual da Virgínia, Blacksburg, 2006;

BISHOP, N. W. M.; WILLFORD, M.; PUMPHREY, R. **Human Induced Loading of Flexible Staircases**. Safety Science, p. 16, 1995;

BROWNJOHN, J. M. W.; MIDDLETON, C. J. **Procedures for vibration serviceability assessment of high-frequency floors**. Engineering Structures, v. 30, n. 6, p. 1548–1559, 2008;

DAVIS, B.; AVCI, O. **Simplified Vibration Serviceability Evaluation of Slender Monumental Stairs**. Journal of Structural Engineering, v. 141, n. 11, p. 04015017, nov. 2015;

DAVIS, B.; MURRAY, T. M. **Slender Monumental Stair Vibration Serviceability**. Journal of Architectural Engineering, v. 15, n. 4, p. 111–121, dez. 2009;

GONÇALVES, M. S.; PAVIC, A.; PIMENTEL, R. L. **Vibration serviceability assessment of office floors for realistic walking and floor layout scenarios: Literature review**. Advances in Structural Engineering, v. 23, n. 6, p. 1238-1255, 2019;

GUIMARÃES, S. R. M. **Aplicação de lajes steel deck em edifícios de múltiplos andares**. 2016. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016;

KIM, S. B. et al. **Experimental Assessment of Vibration Serviceability of Stair Systems**. Journal of Constructional Steel Research, v. 64, n. 2, p. 253–259, fev. 2008;

METFORM. **A Solução Definitiva em Lajes**. Disponível em: <[http://www.metform.com.br/wordpress/wp-content/uploads/2015/05/steel\\_deck\\_metform.pdf](http://www.metform.com.br/wordpress/wp-content/uploads/2015/05/steel_deck_metform.pdf)>. Acesso em: 20 dez. 2019;

MURRAY, T. M. et al. **Steel Design Guide Series 11: Vibrations of steel-framed structural systems due to human activity**. 2. ed. Chicago, Illinois: American Institute of Steel Construction (AISC), 2016;

PAVIC, A. et al. **Evaluation Of Mathematical Models For Predicting Walking-Induced Vibrations Of High-Frequency Floors**. International Journal of Structural Stability and Dynamics, v. 03, n. 01, p. 107–130, mar. 2003;

PVB5249-2017. **Vibração em pisos de edifícios: uma comparação entre diferentes metodologias de cálculo**;

RAO, S. **Vibrações Mecânicas**. Tradução Arlete Simille Marques. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

## **8 OUTRAS ATIVIDADES**

No primeiro semestre o aluno participou dos eventos oferecidos pelo Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC), durante a VI Semana Acadêmico-Cultural (SEMAC) da Universidade Federal de Sergipe (UFS), referente ao minicurso de Redação Científica (4 horas).

Também houve a participação no minicurso de “Vibração em pisos mistos de aço e concreto de edifícios” (4 horas), de “Estudo e análise de projeto de estruturas de aço” (4 horas) e de “Como estruturar uma pesquisa científica” (8 horas) oferecidos pelo Departamento de Engenharia Civil (DEC) da UFS, durante a SEMAC.

No segundo semestre da pesquisa, o aluno fez um curso gratuito na plataforma de ensino do Instituto ESSS Virtual de “Simulação Computacional Multifísica com o Ansys Discovery” (18 horas).

## APÊNDICE A - DADOS DE ENTRADA DAS ESCADAS ANALISADAS

Tabela 17 - Dados de entrada para análise de escadas

Nº	Perfil	P	$\beta$	$L_s$	$X_r$	$X_w$	Dh	Dv
1	HSS 20x8x3/8	4418,15	0,01	7,59	3,42	4,17	6,45	4,00
2	HSS 20x8x3/8	4418,15	0,03	7,59	3,42	4,17	6,45	4,00
3	HSS 20x8x3/8	5344,51	0,01	9,18	4,13	5,05	7,70	5,00
4	HSS 20x8x3/8	5344,51	0,03	9,18	4,13	5,05	7,70	5,00
5	HSS 20x8x3/8	6393,89	0,01	10,98	4,94	6,04	9,20	6,00
6	HSS 20x8x3/8	6393,89	0,03	10,98	4,94	6,04	9,20	6,00
7	HSS 20x8x3/8	7846,67	0,01	13,48	6,07	7,41	11,20	7,50
8	HSS 20x8x3/8	7846,67	0,03	13,48	6,07	7,41	11,20	7,50
9	HSS 20x12x3/4	6917,53	0,01	7,59	3,42	4,17	6,45	4,00
10	HSS 20x12x3/4	6917,53	0,03	7,59	3,42	4,17	6,45	4,00
11	HSS 20x12x3/4	8367,93	0,01	9,18	4,13	5,05	7,70	5,00
12	HSS 20x12x3/4	8367,93	0,03	9,18	4,13	5,05	7,70	5,00
13	HSS 20x12x3/4	10010,96	0,01	10,98	4,94	6,04	9,20	6,00
14	HSS 20x12x3/4	10010,96	0,03	10,98	4,94	6,04	9,20	6,00
15	HSS 20x12x3/4	12285,58	0,01	13,48	6,07	7,41	11,20	7,50
16	HSS 20x12x3/4	12285,58	0,03	13,48	6,07	7,41	11,20	7,50
17	HSS 24x12x1/2	6210,29	0,01	7,59	3,42	4,17	6,45	4,00
18	HSS 24x12x1/2	6210,29	0,03	7,59	3,42	4,17	6,45	4,00
19	HSS 24x12x1/2	7512,41	0,01	9,18	4,13	5,05	7,70	5,00
20	HSS 24x12x1/2	7512,41	0,03	9,18	4,13	5,05	7,70	5,00
21	HSS 24x12x1/2	8987,46	0,01	10,98	4,94	6,04	9,20	6,00
22	HSS 24x12x1/2	8987,46	0,03	10,98	4,94	6,04	9,20	6,00
23	HSS 24x12x1/2	11029,53	0,01	13,48	6,07	7,41	11,20	7,50
24	HSS 24x12x1/2	11029,53	0,03	13,48	6,07	7,41	11,20	7,50

Onde:

Nº é o número da escada analisada;

Perfil é a seção de aço adotada para a viga metálica da escada;

P é o peso da escada, em kg;

$\beta$  é o coeficiente de amortecimento da escada;

$L_s$  é o comprimento da escada, entre os apoios, em metros;

$X_r$  é a posição da pessoa que sente a vibração, em relação ao comprimento da escada, em metros;

$X_w$  é a posição do indivíduo que causa a vibração, em relação ao comprimento da escada, em metros;

$D_h$  é a projeção horizontal da escada, em metros;

$D_v$  é a altura da escada ou sua projeção vertical, em metros.

## APÊNDICE B - DADOS DE ENTRADA PARA OS PISOS ANALISADOS

Tabela 18 - Dados de entrada para análise de pisos

Ex.	Verif.	$x_w$	$y_w$	$\beta$	v VS	$L_{vs}$	Perfil - VS	n VS	$L_{vp}$	Perfil - VP	n VP
1	1	5	4,5	0,03	3	10	W 410 x 85,0	3	9	W 610 x 174,0	3
2	2	2,5	4,5	0,03	3	10	W 410 x 85,0	3	9	W 610 x 174,0	3
3	4	2,5	4,5	0,03	3	10	W 410 x 85,0	3	9	W 610 x 174,0	3
4	1	5	4,5	0,03	3	10	W 460 x 106,0	3	9	VS 700 x 137	3
5	2	2,5	4,5	0,03	3	10	W 460 x 106,0	3	9	VS 700 x 137	3
6	4	2,5	4,5	0,03	3	10	W 460 x 106,0	3	9	VS 700 x 137	3
7	1	5	4,5	0,03	3	10	W 530 x 109,0	3	9	VS 750 x 140	3
8	2	2,5	4,5	0,03	3	10	W 530 x 109,0	3	9	VS 750 x 140	3
9	4	2,5	4,5	0,03	3	10	W 530 x 109,0	3	9	VS 750 x 140	3
10	1	5	4,5	0,03	3	10	VS 750 x 140	3	9	VS 800 x 143	3
11	2	5	2,25	0,03	3	10	VS 750 x 140	3	9	VS 800 x 143	3
12	4	5	2,25	0,03	3	10	VS 750 x 140	3	9	VS 800 x 143	3
13	1	5	4,5	0,03	3	10	VS 850 x 174	3	9	VS 850 x 174	3
14	2	5	2,25	0,03	3	10	VS 850 x 174	3	9	VS 850 x 174	3
15	4	5	2,25	0,03	3	10	VS 850 x 174	3	9	VS 850 x 174	3
16	1	5	4,5	0,05	3	10	W 410 x 85,0	3	9	W 610 x 174,0	3
17	2	2,5	4,5	0,05	3	10	W 410 x 85,0	3	9	W 610 x 174,0	3
18	4	2,5	4,5	0,05	3	10	W 410 x 85,0	3	9	W 610 x 174,0	3
19	1	5	4,5	0,05	3	10	W 460 x 106,0	3	9	VS 700 x 137	3
20	2	2,5	4,5	0,05	3	10	W 460 x 106,0	3	9	VS 700 x 137	3
21	4	2,5	4,5	0,05	3	10	W 460 x 106,0	3	9	VS 700 x 137	3
22	1	5	4,5	0,05	3	10	W 530 x 109,0	3	9	VS 750 x 140	3
23	2	2,5	4,5	0,05	3	10	W 530 x 109,0	3	9	VS 750 x 140	3
24	4	2,5	4,5	0,05	3	10	W 530 x 109,0	3	9	VS 750 x 140	3
25	1	5	4,5	0,05	3	10	VS 750 x 140	3	9	VS 800 x 143	3
26	2	5	2,25	0,05	3	10	VS 750 x 140	3	9	VS 800 x 143	3
27	4	5	2,25	0,05	3	10	VS 750 x 140	3	9	VS 800 x 143	3
28	1	5	4,5	0,05	3	10	VS 850 x 174	3	9	VS 850 x 174	3
29	2	5	2,25	0,05	3	10	VS 850 x 174	3	9	VS 850 x 174	3
30	4	5	2,25	0,05	3	10	VS 850 x 174	3	9	VS 850 x 174	3
31	1	3,5	3	0,03	3	7	W 360 x 79,0	3	6	W 460 x 106,0	3
32	2	1,75	3	0,03	3	7	W 360 x 79,0	3	6	W 460 x 106,0	3
33	4	1,75	3	0,03	3	7	W 360 x 79,0	3	6	W 460 x 106,0	3



34	1	3,5	3	0,03	3	7	W 410 x 85,0	3	6	W 610 x 174,0	3
35	2	1,75	3	0,03	3	7	W 410 x 85,0	3	6	W 610 x 174,0	3
36	4	1,75	3	0,03	3	7	W 410 x 85,0	3	6	W 610 x 174,0	3
37	1	3,5	3	0,03	3	7	W 610 x 174,0	3	6	VS 700 x 137	3
38	2	3,5	1,5	0,03	3	7	W 610 x 174,0	3	6	VS 700 x 137	3
39	4	3,5	1,5	0,03	3	7	W 610 x 174,0	3	6	VS 700 x 137	3
40	1	3,5	3	0,03	3	7	VS 750 x 140	3	6	VS 800 x 143	3
41	2	3,5	1,5	0,03	3	7	VS 750 x 140	3	6	VS 800 x 143	3
42	4	3,5	1,5	0,03	3	7	VS 750 x 140	3	6	VS 800 x 143	3
43	1	3,5	3	0,03	3	7	VS 850 x 174	3	6	VS 850 x 174	3
44	2	3,5	1,5	0,03	3	7	VS 850 x 174	3	6	VS 850 x 174	3
45	4	3,5	1,5	0,03	3	7	VS 850 x 174	3	6	VS 850 x 174	3
46	1	3,5	3	0,05	3	7	W 360 x 79,0	3	6	W 460 x 106,0	3
47	2	1,75	3	0,05	3	7	W 360 x 79,0	3	6	W 460 x 106,0	3
48	4	1,75	3	0,05	3	7	W 360 x 79,0	3	6	W 460 x 106,0	3
49	1	3,5	3	0,05	3	7	W 410 x 85,0	3	6	W 610 x 174,0	3
50	2	1,75	3	0,05	3	7	W 410 x 85,0	3	6	W 610 x 174,0	3
51	4	1,75	3	0,05	3	7	W 410 x 85,0	3	6	W 610 x 174,0	3
52	1	3,5	3	0,05	3	7	W 610 x 174,0	3	6	VS 700 x 137	3
53	2	3,5	1,5	0,05	3	7	W 610 x 174,0	3	6	VS 700 x 137	3
54	4	3,5	1,5	0,05	3	7	W 610 x 174,0	3	6	VS 700 x 137	3
55	1	3,5	3	0,05	3	7	VS 750 x 140	3	6	VS 800 x 143	3
56	2	3,5	1,5	0,05	3	7	VS 750 x 140	3	6	VS 800 x 143	3
57	4	3,5	1,5	0,05	3	7	VS 750 x 140	3	6	VS 800 x 143	3
58	1	3,5	3	0,05	3	7	VS 850 x 174	3	6	VS 850 x 174	3
59	2	3,5	1,5	0,05	3	7	VS 850 x 174	3	6	VS 850 x 174	3
60	4	3,5	1,5	0,05	3	7	VS 850 x 174	3	6	VS 850 x 174	3

Onde:

Ex. é o número do exemplo de piso;

Verif. indica qual é o ritmo que será verificado (1 - muito devagar, 2 - devagar, 3 - moderado, 4 - rápido);

xw é a posição do indivíduo que caminha em relação ao “eixo x”;

yw é a posição do indivíduo que caminha em relação ao “eixo y”;

$\beta$  é o coeficiente de amortecimento do piso;

$v_{VS}$  é espaçamento de vigas secundárias;

$L_{vs}$  é o vão de vigas secundárias;

Perfil - VS é o perfil adotado para a viga secundária de cada piso;

$n_{VS}$  é o número de lajes na direção da viga secundária;

$L_{vp}$  é o vão da viga principal;

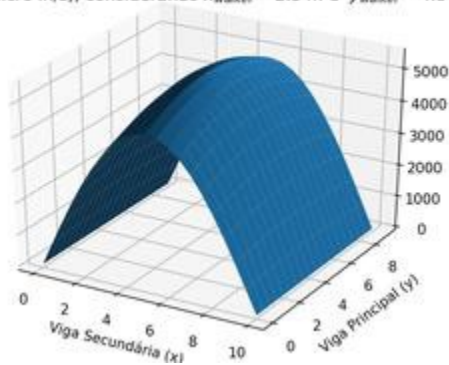
Perfil - VP é o perfil adotado para viga principal

$n_{VP}$  é o número de lajes na direção da viga principal.

## APÊNDICE C - Gráficos de superfícies de $V_{RMS}$ pela metodologia da AISC

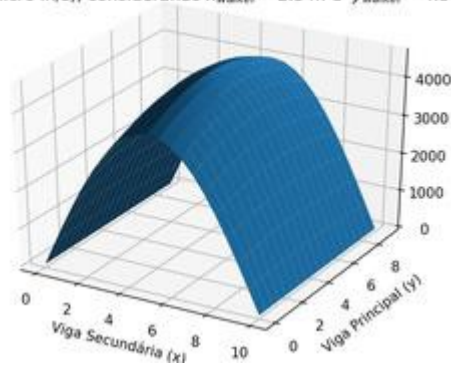
Figura 23 - Velocidade  $V_{RMS}$  variando a posição do equipamento nos exemplos 3 e 6

$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 2.5$  m e  $y_{walker} = 4.5$  m



(a) Exemplo 3

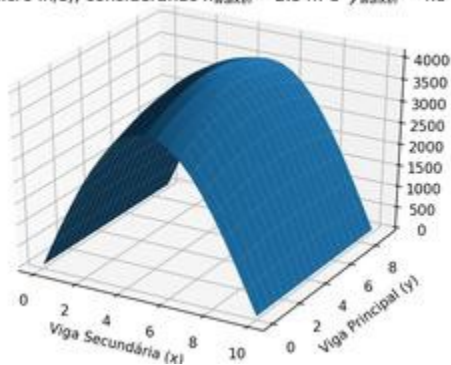
$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 2.5$  m e  $y_{walker} = 4.5$  m



(b) Exemplo 6

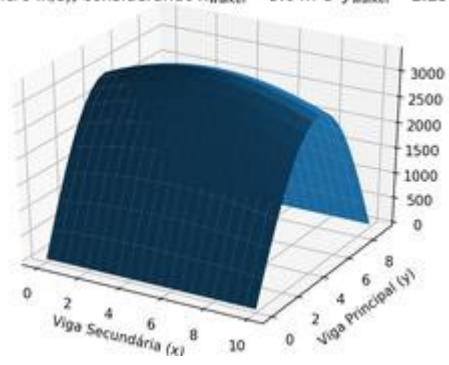
Figura 24 - Velocidade  $V_{RMS}$  variando a posição do equipamento nos exemplos 3 e 6

$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 2.5$  m e  $y_{walker} = 4.5$  m



(a) Exemplo 9

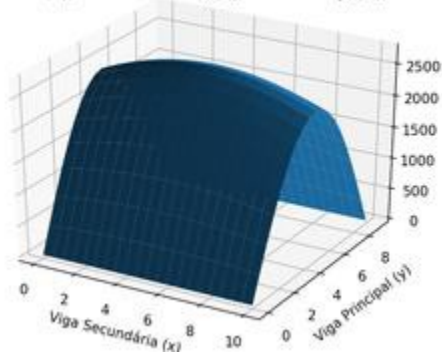
$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 5.0$  m e  $y_{walker} = 2.25$  m



(b) Exemplo 12

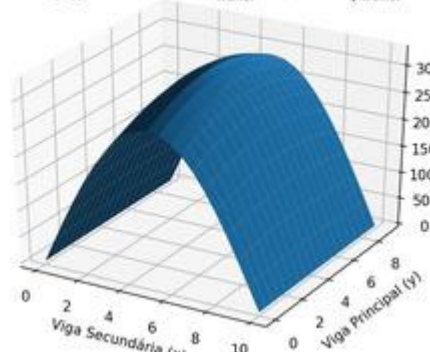
Figura 25 - Velocidade  $V_{RMS}$  variando a posição do equipamento nos exemplos 15 e 18

$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 5.0$  m e  $y_{walker} = 2.25$  m



(a) Exemplo 15

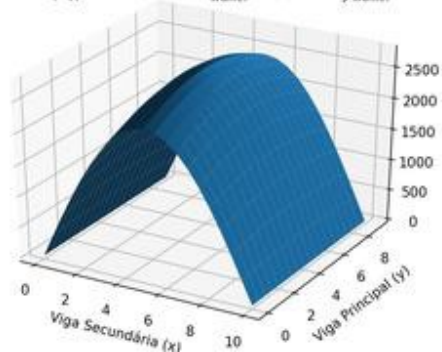
$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 2.5$  m e  $y_{walker} = 4.5$  m



(b) Exemplo 18

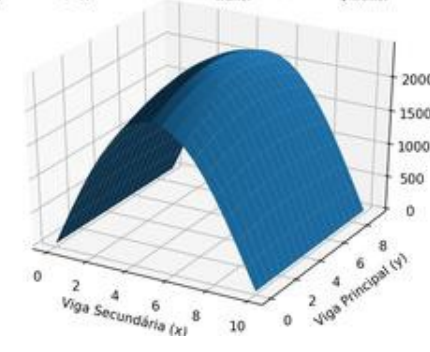
Figura 26 - Velocidade  $V_{RMS}$  variando a posição do equipamento nos exemplos 21 e 24

$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 2.5$  m e  $y_{walker} = 4.5$  m



(a) Exemplo 21

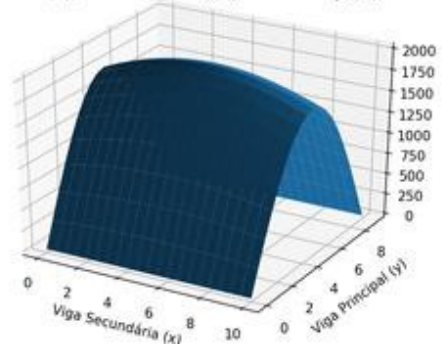
$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 2.5$  m e  $y_{walker} = 4.5$  m



(b) Exemplo 24

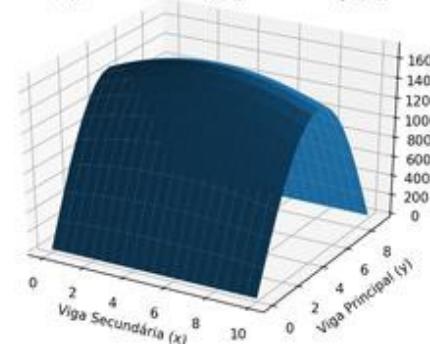
Figura 27 - Velocidade  $V_{RMS}$  variando a posição do equipamento nos exemplos 27 e 30

$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 5.0$  m e  $y_{walker} = 2.25$  m



(a) Exemplo 27

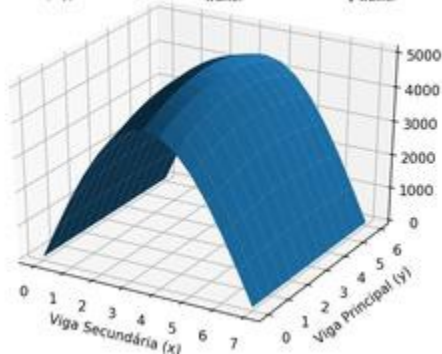
$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 5.0$  m e  $y_{walker} = 2.25$  m



(b) Exemplo 30

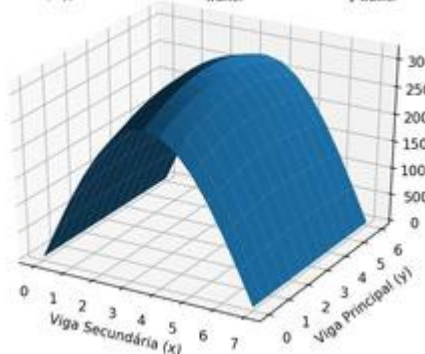
Figura 28 - Velocidade  $V_{RMS}$  variando a posição do equipamento nos exemplos 33 e 36

$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 1.75$  m e  $y_{walker} = 3.0$  m



(a) Exemplo 33

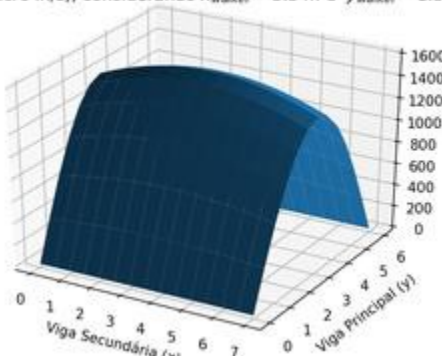
$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 1.75$  m e  $y_{walker} = 3.0$  m



(b) Exemplo 36

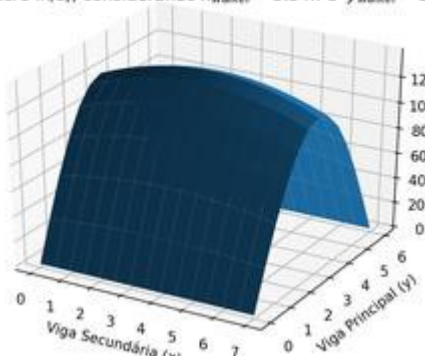
Figura 29 - Velocidade  $V_{RMS}$  variando a posição do equipamento nos exemplos 39 e 42

$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 3.5$  m e  $y_{walker} = 1.5$  m



(a) Exemplo 39

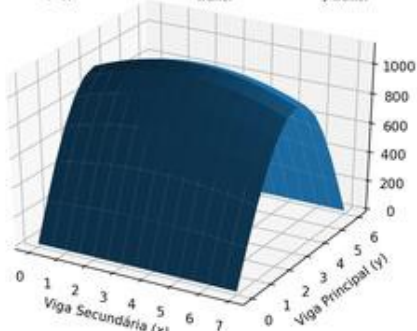
$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 3.5$  m e  $y_{walker} = 1.5$  m



(b) Exemplo 42

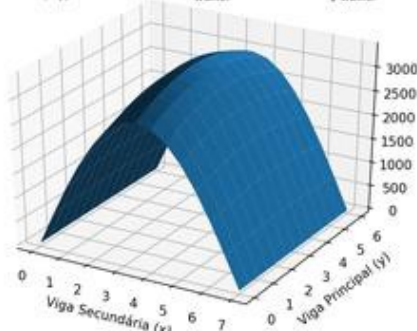
Figura 30 - Velocidade  $V_{RMS}$  variando a posição do equipamento nos exemplos 45 e 48

$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 3.5$  m e  $y_{walker} = 1.5$  m



(a) Exemplo 45

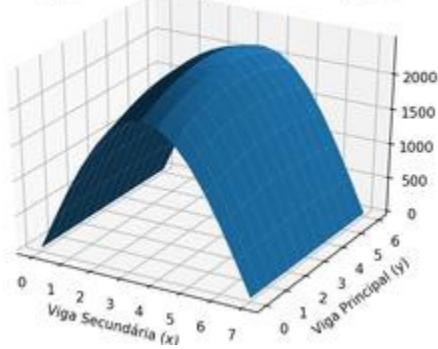
$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 1.75$  m e  $y_{walker} = 3.0$  m



(b) Exemplo 48

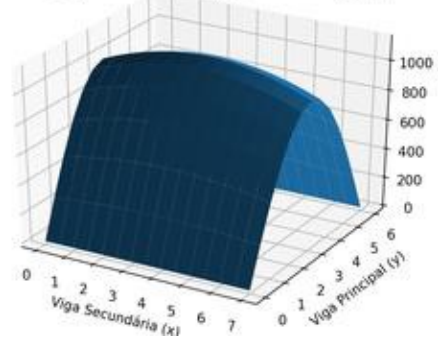
Figura 31 - Velocidade  $V_{RMS}$  variando a posição do equipamento nos exemplos 51 e 54

$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 1.75$  m e  $y_{walker} = 3.0$  m



(a) Exemplo 51

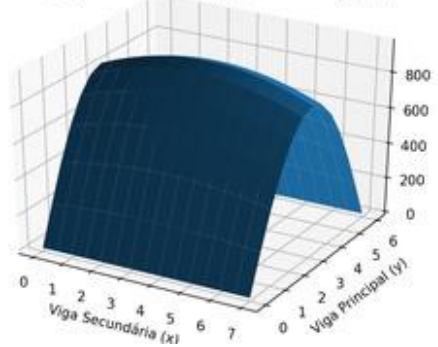
$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 3.5$  m e  $y_{walker} = 1.5$  m



(b) Exemplo 54

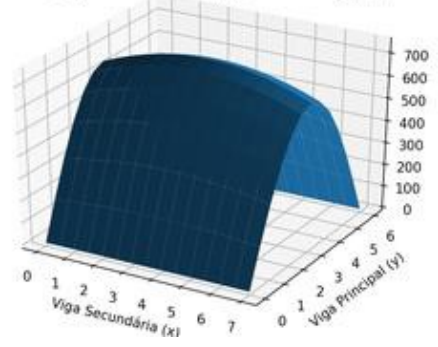
Figura 32 - Velocidade  $V_{RMS}$  variando a posição do equipamento nos exemplos 57 e 60

$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 3.5$  m e  $y_{walker} = 1.5$  m



(a) Exemplo 57

$V_{rms}$  (micro in/s), considerando  $x_{walker} = 3.5$  m e  $y_{walker} = 1.5$  m



(b) Exemplo 60